

ФАРҒОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ
ҲУЗУРИДАГИ ИЛМий ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ
PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 РАҚАМЛИ ИЛМий КЕНГАШ

ФАРҒОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

ОКБОВЕВ АҚМАЛЖОН БАХРОМЖОНОВИЧ

**БУЗИЛАДИГАН ГИПЕРБОЛИК ВА АРАЛАШ ТИПДАГИ
ИККИНЧИ ТУР ТЕНГЛАМАЛАР УЧУН МАСАЛАЛАР**

01.01.02 – Дифференциал тенгламалар ва математик физика

ФИЗИКА - МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ
бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси
АВТОРЕФЕРАТИ

Фарғона – 2021

**Физика – математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD)
диссертацияси автореферати мундарижаси**

**Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по
физико – математическим наукам**

**Content of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD) on physical –
mathematical sciences**

Окбоев Акмалжон Бахромжонович

Бузиладиган гиперболик ва аралаш типдаги иккинчи тур тенгламалар учун
масалалар.....3

Окбоев Акмалжон Бахромжонович

Задачи для вырождающихся уравнений гиперболического и смешанного
типов второго рода21

Okboev Akmaljon Baxromjonovich

Problems for the second kind degenerated equations of hyperbolic and mixed
type.....37

Эълон қилинган ишлар рўйхати

Список опубликованных работ
List of published works.....40

ФАРҒОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ
ҲУЗУРИДАГИ ИЛМий ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ
PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 РАҚАМЛИ ИЛМий КЕНГАШ

ФАРҒОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

ОКБОВЕВ АҚМАЛЖОН БАХРОМЖОНОВИЧ

**БУЗИЛАДИГАН ГИПЕРБОЛИК ВА АРАЛАШ ТИПДАГИ
ИККИНЧИ ТУР ТЕНГЛАМАЛАР УЧУН МАСАЛАЛАР**

01.01.02 – Дифференциал тенгламалар ва математик физика

ФИЗИКА - МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ
бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси
АВТОРЕФЕРАТИ

Физика - математика фанлари бўйича фалсафа доктори (Doctor of Philosophy) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида №В 2019.1.PhD/FM304 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Фарғона давлат университетида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифасида (www.fdu.uz) ва «Ziynet» Ахборот таълим порталида (www.ziynet.uz) жойлаштирилган.

Илмий раҳбар:

Уринов Аҳмаджон Кушакович

физика-математика фанлари доктори, профессор

Расмий оппонентлар:

Хасанов Анваржон

физика-математика фанлари доктори, катта илмий ходим

Апаков Юсуфжон Пулатович

физика-математика фанлари доктори, доцент

Етакчи ташкилот:

Ўзбекистон миллий университети

Диссертация ҳимояси Фарғона давлат университети ҳузуридаги PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 рақамли Илмий кенгашнинг 2021 йил «__» _____ соат ____даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 150100, Фарғона шаҳар, Мураббийлар кўчаси, 19-уй. Тел.: (+99873) 244-44-02, факс: (+99873) 244-44-93, e-mail: fardu_info@umail.uz).

Диссертация билан Фарғона давлат университетининг Ахборот - ресурс марказида танишиш мумкин (____рақами билан рўйхатга олинган). (Манзил: 150100, Фарғона шаҳар, Мураббийлар кўчаси, 19- уй. Тел.:(+99873) 244-44-94.

Диссертация автореферати 2021 «__» _____куни тарқатилди.

(2021 йил «__» _____ даги _____ рақамли реестр баённомаси).

Б.Т. Саматов

Илмий даражалар берувчи илмий кенгаш раиси ўринбосари, ф.-м.ф.д., профессор

И.У.Хайдаров

Илмий даражалар берувчи илмий кенгаш илмий котиби, ф.-м.ф.н.

Ш.Т.Каримов

Илмий даражалар берувчи илмий кенгаш қошидаги илмий семинар раиси, ф.-м.ф.д., доцент

КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертация аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Жаҳонда олиб борилаётган кўплаб илмий-амалий тадқиқотлар аксарият ҳолларда хусусий ҳосилали бузиладиган дифференциал тенгламалар назарияси масалаларига келтирилади. Хусусий ҳосилали бузиладиган дифференциал тенгламалар газлар ва суюқликлар динамикаси, айланма сиртларнинг чексиз кичик букилиш назарияси, моментсиз қобиклар назарияси, компьютер томографияси, қоннинг артериядаги ҳаракати ва бошқа кўплаб соҳалар масалаларининг математик модели сифатида қўлланилади. Шу сабабли бузиладиган гиперболик ва параболо-гиперболик типдаги иккинчи тур тенгламалар учун масалаларни ечиш муҳим аҳамият касб этади.

Дунёда ҳозирги вақтда хусусий ҳосилали бузиладиган дифференциал тенгламалар учун бошланғич ва чегаравий масалаларни бир қийматли ечиш бўйича кўплаб илмий тадқиқот ишлари олиб борилмоқда. Бунда, гиперболик типдаги бузиладиган дифференциал тенгламалар учун бошланғич шартли масалаларнинг ягона ечимини топиш, локал ва нолокал шартли чегаравий масалаларнинг бир қийматли ечилишини исботлаш, аралаш параболо-гиперболик типдаги тенгламалар учун Трикоми масаласи ҳамда нолокал шартли чегаравий масалалар ечимининг мавжудлиги ва ягоналигини исботлашга алоҳида эътибор берилмоқда.

Мамлакатимизда хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар назарияси билан узвий боғланган ҳамда илмий ва амалий тадқиқотларга эга бўлган фундаментал йўналишларни, хусусан, механика, математик биология ҳамда газлар ва суюқликлар динамикаси фанларини ривожлантириш бўйича муҳим натижаларга эришилмоқда. Таъкидлаш жоизки, бу йўналишларга қизиқиш бузиладиган гиперболик ва аралаш типдаги тенгламалар учун қўйилган масалаларни ечиш билан ҳам асосланади. Дифференциал тенгламалар ва математик физика, динамик системалар ва оптимал бошқарув фанларининг устивор йўналишлари бўйича халқаро стандартлар даражасида илмий тадқиқотлар олиб бориш тадқиқотчиларнинг асосий вазифалари ва фаолият йўналишлари этиб белгиланди¹. Бу борада бузиладиган гиперболик типдаги иккинчи тур тенглама учун қўйилган бошланғич шартлари ўзгарган Коши ва Коши-Гурса масалаларини бир қийматли ечиш, бузиладиган параболо-гиперболик типдаги иккинчи тур тенглама учун қўйилган чегаравий масалалар ечимининг мавжудлиги ва ягоналигини исботлаш муҳим аҳамиятга эга ҳисобланади.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 17 февралдаги ПҚ-2789-сон “Фанлар академияси фаолияти, илмий-тадқиқот ишларини ташкил этиш, бошқариш ва молиялаштиришни янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида”, 2017 йил 20 апрелдаги ПҚ-2909-сон “Олий таълим тизимини янада ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида”, 2019 йил 9 июлдаги ПҚ-4387-сон “Математика таълими ва фанларини янада

¹ Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2020 йил 7 майдаги “Математика соҳасидаги таълим сифатини ошириш ва илмий тадқиқотларни ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги ПҚ-4708-сон қарори.

ривожлантиришни давлат томонидан қўллаб-қувватлаш, шунингдек, Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг В.И.Романовский номидаги Математика институти фаолиятини тубдан такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида” ва 2020 йил 7 майдаги ПҚ-4708-сон “Математика соҳасидаги таълим сифатини ошириш ва илмий-тадқиқотларни ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги қарорлари ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий ҳужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишда ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига боғлиқлиги. Мазкур диссертация республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV. “Математика, механика ва информатика” устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Маълумки, бузиладиган гиперболик тенгламанинг бузилиш чизиғи тенгламанинг характеристикаси бўлиши ёки бўлмаслигига қараб, у иккинчи ёки биринчи турдаги тенглама деб аталади. Гиперболик типдаги бузиладиган биринчи тур модел (содда) тенглама учун бузилиш чизиғида бошланғич шартлар берилган Коши масаласини биринчи бўлиб Г.Дарбу ечган. Ушбу масала билан Ф.Трикоми, С.Геллерстедт ва Ф.И.Франкль ҳам шуғулланган. Гиперболик типдаги бузиладиган биринчи тур умумий тенглама учун Коши масаласи тенгламанинг бузилиш тартиби $m=1$ ва $m<2$ бўлганда мос равишда К.И.Бабенко ва И.С.Березин томонидан ўрганилган. Хусусан, И.С.Березин $m>2$ бўлганда Коши масаласи коррект қўйилмаган ҳолга мисол қурган. М.Проттер чизиқли умумий тенглама учун Коши масаласи коррект қўйилиши учун етарли бўладиган шартни топган. Коши масаласи нокоррект қўйилган ҳолда А.В.Бицадзе бошланғич шартлари вазн билан берилган масалани ўрганишни таклиф қилган. Гиперболик типдаги бузиладиган биринчи тур тенгламалар учун чегаравий масалаларни ўрганиш билан С.Геллерстедт, М.Б.Капилевич, А.М.Нахушев, Т.Ш.Кальменов, А.М.Гордеев, К.Б. Сабитов, А.Хасанов, А.К.Уринов ва бошқалар шуғулланганлар.

Гиперболик типдаги бузиладиган иккинчи тур тенгламаларнинг ўзига хос хусусияти шундаки, улар учун бошланғич шартлари бузилиш чизиғида берилган Коши масаласи ҳар доим ҳам коррект бўлавермайди. И.Л.Кароль модел тенгламани қараб, $m \in (0,1)$ бўлганда анъанавий қўйилган Коши масаласи коррект эканлигини исботлаган. Бу муаммони чизиқли умумий тенглама учун В.Ф.Волкодавов ва В.А.Носов ҳал қилган. $m \in [1,2)$ бўлганда С.А.Терсенов кўриниши ўзгарган бошланғич шартли коррект масалаларни таклиф қилган ва ўрганган. Гиперболик типдаги бузиладиган иккинчи тур тенгламалар учун бошланғич масалаларни ўрганиш билан И.А.Макаров, Ю.А.Карпухин, М.М.Смирнов, Р.С.Хайруллин ва бошқалар ҳам шуғулланганлар. М.С.Салахитдинов, Ф.Ф.Евдокимов ва Т.Г.Эргашев гиперболик типдаги спектрал параметрли бузиладиган иккинчи тур тенгламалар учун Коши масаласини ўрганганлар. Бузиладиган гиперболик

типдаги иккинчи тур тенгламалар учун чегаравий масалалар билан М.С.Салахитдинов, С.С.Исамухамедов, Хе Кан Чер, Т.Г.Эргашев ва бошқалар шуғулланганлар. Ўтказилган тадқиқотлар шуни кўрсатдики, бузиладиган гиперболик типдаги иккинчи тур тенглама учун параболик бузилиш чизиғида бошланғич шартли масаланинг қўйилиши $m \geq 1$ бўлган ҳолда тенгламанинг кичик ҳадлари коэффицентларига узвий боғлиқ экан. Шунинг учун бу муаммо ҳозирда кам ўрганилганлигича қолмоқда.

Бузиладиган гиперболик типдаги биринчи тур тенгламани ўз ичига олган параболо-гиперболик тенгламалар учун чегаравий масалалар яхши ўрганилган. Ушбу йўналиш бўйича фундаментал натижалар Т.Ж.Джураев ва М.С.Салахитдинов томонидан олинган. Бундай тенгламалар учун турли хил локал ва нолокал масалалар В.А.Елеев, Ж.О.Тахиров, К.Б.Сабитов, А.Сопуев, А.С.Бердышев, Б.Исломов, А.К.Уринов, Ю.П.Апаков, Э.Т.Каримов, М.Мамажонов ва бошқалар томонидан баён қилинган ва ўрганилган. Бузиладиган гиперболик типдаги иккинчи тур тенгламани ўз ичига олган параболо-гиперболик тенгламалар учун чегаравий масалаларни ўрганиш бўйича М.С.Салахитдинов, С.С.Исамухамедов, Р.С.Хайруллин, Ю.М.Крикунов, М.М.Смирнов, А.М.Нагорный, Н.К.Мамадалиев ва Т.Г.Эргашев томонидан салмоқли натижалар олинган. Ушбу йўналишдаги ҳолатни таҳлили шуни кўрсатдики, ҳозирги вақтгача бузиладиган гиперболик типдаги иккинчи тур тенгламани ўз ичига олган параболо-гиперболик тенгламалар учун чегаравий масалалар нисбатан кам ўрганилган.

Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган олий таълим муассасасининг илмий – тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги. Диссертация тадқиқоти Фарғона давлат университети илмий-тадқиқот ишлари режасига мувофиқ “Дифференциал тенгламалар ва унга турдош математик соҳаларнинг долзарб муаммолари” дастури доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади бузиладиган гиперболик ва параболо-гиперболик типдаги иккинчи тур тенгламалар учун коррект қўйилган бошланғич ва чегаравий масалаларни аниқлаш ва уларни бир қийматли ечилишини исботлашдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари қуйидагилардан иборат:

бузиладиган гиперболик типдаги иккинчи тур тенглама умумий ечимининг кўринишини топиш;

бузиладиган гиперболик типдаги иккинчи тур тенглама учун кўриниши ўзгарган Коши масаласини баён қилиш ва ўрганиш;

бузиладиган гиперболик типдаги иккинчи тур тенглама учун Коши-Гурса масаласи ва силжишли масалалар қўйиш ва текшириш;

параболо-гиперболик типдаги иккинчи тур тенглама учун локал ва нолокал масалалар баён қилиш ва ўрганиш.

Тадқиқотнинг объекти бузиладиган гиперболик ва параболо-гиперболик типдаги иккинчи тур тенгламалар ҳисобланади.

Тадқиқотнинг предмети бузиладиган гиперболик типдаги иккинчи тур тенглама учун бошланғич ва чегаравий масалалар ҳамда параболо-

гиперболик типдаги иккинчи тур тенглама учун чегаравий масалалардан иборат.

Тадқиқотнинг усуллари. Диссертация ишида характеристикалар, кетма-кет яқинлашиш ва интеграл тенгламалар усулларида фойдаланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

бузиладиган гиперболик типдаги иккинчи тур тенгламанинг умумий ечимини топиш усули ишлаб чиқилган;

характеристик учбурчакда бузиладиган гиперболик типдаги иккинчи тур тенглама учун бошланғич шартлари ўзгартирилган Коши масаласи ечимининг формуласи топилган ва масала ечимининг ягоналиги исботланган;

гиперболик типдаги бузиладиган иккинчи тур тенглама учун характеристик учбурчакда Коши-Гурса масаласи ва нолокал силжишли масалаларнинг бир қийматли ечилиши асосланган;

тўғри тўртбурчак ва характеристик учбурчакдан ташкил топган аралаш соҳада параболо-гиперболик типдаги иккинчи тур тенглама учун Трикоми масаласи ва нолокал масалалар ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги ҳақидаги теоремалар исботланган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари қуйидагилардан иборат:

гиперболик типдаги бузиладиган иккинчи тур тенглама учун характеристик учбурчакда нолокал силжишли масалаларнинг бир қийматли ечилишидан фойдаланиб, аралаш типдаги иккинчи тур тенгламалар учун баъзи силжишли масалалар ечимларини топиш ва уларни бошқарув масалаларига татбиқ қилиш мумкинлиги асосланган;

бузиладиган гиперболик типдаги иккинчи тур тенгламанинг умумий ечимини топиш усулидан фойдаланиб ёниш, портлаш, фазавий ўтиш ва критик жараёнларга мос тенгламалар ечимларини қуриш мумкинлиги исботланган.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги хусусий ҳосилали дифференциал тенгламаларнинг характеристикалар, кетма-кет яқинлашиш ва интеграл тенгламалар усулларида фойдаланиб, дедуктив хулосалар қабул қилинганлиги ҳамда теоремаларнинг қатъий ва тўлиқ исботланганлиги билан асосланган.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти бузиладиган гиперболик типдаги иккинчи тур тенгламанинг ечимлари бу тенгламанинг кичик хадлари коэффициентларига кучли боғланган ҳолда топилганлиги билан асосланади.

Тадқиқот натижаларининг амалий аҳамияти бузиладиган гиперболик типдаги тенгламанинг умумий ечимидан фойдаланиб, хусусий ҳосилали бузиладиган аралаш типдаги иккинчи тур тенгламалар учун баъзи силжишли масалалар ечимларини қуриш мумкинлиги билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Бузиладиган гиперболик ва аралаш типдаги иккинчи тур тенгламалар учун масалаларни тадқиқ қилиш бўйича олинган натижалар асосида:

гиперболик типдаги бузиладиган иккинчи тур тенглама учун характеристик учбурчакда Коши-Гурса масаласи ва нолокал силжишли

масалаларнинг бир қийматли ечилиши НИОКТР АААА-А19-119013190078-8 рақамли “Асосий ва аралаш типдаги тенгламалар учун чегаравий масалалар, уларнинг бошқарув ва динамик системаларни моделлаштириш масалаларига татбиқи” мавзусидаги хорижий лойихада коррект масалалар баён қилиш ва текширишда фойдаланилган (Россия Фанлар академияси Кабардин-Балқар илмий маркази Амалий математика ва автоматлаштириш институтининг 2020 йил 7 декабрдаги 01-16/49-1-рақамли маълумотномаси). Натижада аралаш типдаги иккинчи тур тенгламалар учун баъзи силжишли масалалар ечимларини қуриш ва бошқарув масалаларига татбиқ қилиш имкони яратилган;

бузиладиган гиперболик типдаги иккинчи тур тенгламанинг умумий ечимини топиш усули “Ёниш ва портлаш масалалари учун турли хил моделларни умумлаштириш ва тавсиялар” (2017 й.) ва “Фазавий ўтиш ва критик жараёнлар масалалари. Улар тенгламаларининг математик аспектлари, тезкор ўтишлар ва асимптотикалар” (2019 й.) номли хорижий лойихаларда дифференциал тенгламалар учун келиб чиққан масалаларни текширишда фойдаланилган (Ўш давлат университети қошидаги Фундаментал ва амалий тадқиқотлар институтининг 2020 йил 16 ноябрдаги 526-рақамли маълумотномаси). Натижада ёниш, портлаш, фазавий ўтиш ва критик жараёнларга мос тенгламалар ечимларини қуриш ҳамда уларни амалий масалаларга қўллашга эришилган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Диссертациянинг асосий натижалари 11 та халқаро ва 2 та республика илмий ва илмий – амалий анжуманларида муҳокамадан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Диссертация мавзуси бўйича жами 25 та илмий иш чоп этилган, шулардан, Ўзбекистон Республикаси Олий Аттестация комиссиясининг фалсафа доктори диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 11 та мақола, жумладан, 3 таси хорижий ва 8 таси республика журналларида нашр этилган.

Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми. Диссертация кириш, учта боб, хулоса ва адабиётлар рўйхатидан ташкил топган. Диссертациянинг умумий ҳажми 123 бетдан иборат.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устивор йўналишларига мослиги кўрсатилган, муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиқ берилган, тадқиқот натижаларининг жорий

килиниши, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг «Бузиладиган гиперболик тенглама учун кўриниши ўзгарган Коши масаласи» деб номланган биринчи боби учта параграфдан иборат бўлиб, гиперболик типдаги бузиладиган ушбу

$$L_{\alpha,\lambda}(u) \equiv u_{xx} + y u_{yy} + \alpha u_y - \lambda^2 u = 0, \quad y < 0 \quad (1)$$

иккинчи тур тенглама учун, $OB: x - 2\sqrt{-y} = 0$, $AB: x + 2\sqrt{-y} = 1$ ва $OA: y = 0$ характеристикалар билан чегараланган D соҳада, кўриниши ўзгарган Коши масалаларини баён қилиш ва ўрганишга бағишланган, бу ерда α ва λ - берилган сонлар бўлиб, α - ҳақиқий сон, λ - ҳақиқий ёки соф мавҳум сон.

Биринчи бобнинг биринчи параграфида (1) тенглама ечимининг хоссалари ўрганилган ва бу тенгламанинг умумий ечими қуйидаги кўринишларда топилган:

$$u(x, y) = \sum_{k=0}^n \frac{(4y)^k C_n^k}{(\beta + 1/2)_k (\beta + n)_k} \int_0^1 \Psi_k(\psi, \lambda) [z(1-z)]^{n+k+\beta-1} \bar{J}_{n+k+\beta-1}(\sigma) dz + \\ + (-y)^{1-\alpha} \int_0^1 \varphi(\zeta) [z(1-z)]^{-\beta} \bar{J}_{-\beta}(\sigma) dz, \quad \alpha = -n + \alpha_0, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad \alpha_0 \in (1/2, 1); \quad (2)$$

$$u(x, y) = \sum_{k=0}^n \frac{(4y)^k C_n^k}{(\beta + 1/2)_k (n + \beta)_k} \int_0^1 \Psi_k(\psi, \lambda) [z(1-z)]^{k+n+\beta-1} \bar{J}_{k+n+\beta-1}(\sigma) dz + \\ + (-y)^{1-\alpha} \int_0^1 \varphi(\zeta) [z(1-z)]^{-\beta} \bar{J}_{-\beta}(\sigma) dz, \quad \alpha = 2 - n - \alpha_0, \quad \alpha_0 \in (1/2, 1) \quad n \in N; \quad (3)$$

$$u(x, y) = \sum_{k=0}^{n+1} \frac{C_{n+1}^k (4y)^k}{k! (-n + 1/2)_k} \int_0^1 \Psi_k(\psi, \lambda) [z(1-z)]^k \bar{J}_k(\sigma) dz + \\ + (-y)^{n+1/2} \int_0^1 \varphi(\zeta) [z(1-z)]^n \bar{J}_n(\sigma) dz, \quad \alpha = -n + 1/2, \quad n = 0, 1, 2, \dots; \quad (4)$$

$$u(x, y) = \sum_{k=0}^n \frac{(4y)^k C_{n+1}^k}{(-n)_k (1/2)_k} \int_0^1 \Psi_k(\psi, \lambda) [z(1-z)]^{k-1/2} \bar{J}_{k-(1/2)}(\sigma) dz + \\ + \frac{2(4y)^{n+1}}{(-n)_n (1/2)_{n+1}} \int_0^1 \Psi_{n+1}(\psi, \lambda) [z(1-z)]^{n+1/2} \left\{ \ln[\sqrt{-y}z(1-z)] \bar{J}_{n+1/2}(\sigma) - \right. \\ \left. - \Omega_{n+1/2}(\sigma) \right\} dz + (-y)^{n+1} \int_0^1 \varphi(\zeta) [z(1-z)]^{n+1/2} \bar{J}_{n+1/2}(\sigma) dz, \quad \alpha = -n, \quad n = 0, 1, 2, \dots; \quad (5)$$

$$u(x, y) = \int_0^1 \psi(\zeta) \frac{\ln[\sqrt{-y}z(1-z)] \bar{J}_{-1/2}(\sigma) - \Omega_{-1/2}(\sigma)}{\sqrt{z(1-z)}} dz + \int_0^1 \frac{\varphi(\zeta) \bar{J}_{-1/2}(\sigma)}{\sqrt{z(1-z)}} dz, \quad \alpha = 1, \quad (6)$$

бу ерда $\beta = \alpha - 1/2$, $\varphi(\zeta)$ ва $\psi(\zeta)$ -етарлича силлиқ ихтиёрий функциялар, $\bar{J}_s(\sigma) = \Gamma(s+1)(\sigma/2)^{-s} J_s(\sigma)$, $J_s(\sigma)$ -биринчи тур s - тартибли Бессел функцияси, $(a)_n$ – Похгаммер символи, C_n^k -биномиал коэффициент, $\Psi_k(\psi, \lambda) = (\lambda^2 - d^2 / d\zeta^2)^k \psi(\zeta)$, $k = 0, 1, 2, \dots$, $\zeta = x - 2\sqrt{-y}(1-2z)$, $\sigma = 4\lambda\sqrt{-yz(1-z)}$,

$$\Omega_\gamma(\sigma) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m (\sigma/2)^{2m}}{m!(\gamma+1)_m} \sum_{j=1}^m \frac{1}{\gamma+j}.$$

Биринчи бобнинг иккинчи параграфида (1) тенглама учун $\alpha \leq 1$ бўлган ҳолда кўриниши ўзгарган Коши масаласи ўрганилган.

1) $\alpha = -n + \alpha_0$ бўлсин, бу ерда $n = 0, 1, 2, \dots$, $\alpha_0 \in (1/2, 1)$. Ушбу ҳолда (1) тенглама учун кўриниши ўзгарган Коши масаласи D соҳада (1) тенгламани ва ушбу

$$u(x, 0) = \tau(x), x \in [0, 1]; \lim_{y \rightarrow 0} (-y)^\alpha (\partial / \partial y) [u - A_\alpha^-(\tau, \lambda)] = \nu(x), x \in (0, 1) \quad (7)$$

бошланғич шартларни қаноатлантирувчи $u(x, y) \in C(\bar{D}) \cap C^2(D)$ функцияни топишдан иборат, бу ерда $\tau(x)$ ва $\nu(x)$ - берилган функциялар,

$$A_\alpha^-(\tau, \lambda) = \gamma_1 \sum_{k=0}^n \frac{(4y)^k C_n^k}{(\beta + 1/2)_k (\beta + n)_k} \int_0^1 \Psi_k(\tau, \lambda) [z(1-z)]^{k+n+\beta-1} \bar{J}_{k+n+\beta-1}(\sigma) dz. \quad (8)$$

Бу масала ечимини топиш учун (1) тенглама умумий ечимининг (2) кўринишидан фойдаланилган ва масаланинг ечими ушбу

$$u(x, y) = A_\alpha^-(\tau, \lambda) - \gamma_2 (-y)^{1-\alpha} \int_0^1 \nu(\zeta) [z(1-z)]^{-\beta} \bar{J}_{-\beta}(\sigma) dz \quad (9)$$

кўринишда топилган ҳамда қуйидаги теорема исботланган, бу ерда $\gamma_1 = \Gamma(2n+2\beta)\Gamma^{-2}(n+\beta)$, $\gamma_2 = \Gamma(2-2\beta)(1-\alpha)^{-1}\Gamma^{-2}(1-\beta)$.

1-теорема. Агар $\tau(x) \in C^{2(n+1)}[0, 1]$ ва $\nu(x) \in C^2[0, 1]$ бўлса, у ҳолда (9) формула билан аниқланган $u(x, y)$ функция $\{(1), (7)\}$ масаланинг ечими бўлади.

2) $\alpha = 2 - n - \alpha_0$ бўлсин, бу ерда $n = 1, 2, \dots$, $\alpha_0 \in (1/2, 1)$. Ушбу ҳолда (1) тенглама учун кўриниши ўзгарган Коши масаласи D соҳада (1) тенгламани ва (7) бошланғич шартларни қаноатлантирувчи $u(x, y) \in C(\bar{D}) \cap C^2(D)$ функцияни топишдан иборат, бу ерда $\tau(x)$ ва $\nu(x)$ - берилган функциялар,

$$A_\alpha^-(\tau, \lambda) = \gamma_3 \sum_{k=0}^n \frac{(4y)^k C_n^k}{(\beta + 1/2)_k (\beta + n)_k} \int_0^1 \Psi_k(\tau, \lambda) [z(1-z)]^{k+n+\beta-1} \bar{J}_{k+n+\beta-1}(\sigma) dz. \quad (10)$$

Бу масала ечимини топиш учун (1) тенглама умумий ечимининг (3) кўринишидан фойдаланилган ва масаланинг ечими ушбу

$$u(x, y) = A_{\alpha}^{-}(\tau, \lambda) - \gamma_4(-y)^{1-\alpha} \int_0^1 \nu(\zeta) [z(1-z)]^{-\beta} \bar{J}_{-\beta}(\sigma) dz \quad (11)$$

кўринишда топилган ҳамда қуйидаги теорема исботланган, бу ерда $\gamma_3 = \Gamma(2n + 2\beta)\Gamma^{-2}(n + \beta)$, $\gamma_4 = 4\Gamma(-1 - 2\beta) / [\beta\Gamma^2(-\beta)]$.

2-теорема. Агар $\tau(x) \in C^{2(n+1)}[0,1]$ ва $\nu(x) \in C^2[0,1]$ бўлса, у ҳолда (11) формула билан аниқланган $u(x, y)$ функция $\{ (1), (7) \}$ масаланинг ечими бўлади.

3) $\alpha = -n + (1/2)$, $n = 0, 1, 2, \dots$ бўлсин. Бу ҳолда кўриниши ўзгарган Коши масаласи ушбу

$$\left. \begin{aligned} u(x, 0) &= \tau(x), \quad x \in [0, 1]; \\ \lim_{y \rightarrow -0} (-y)^{-n+1/2} (\partial / \partial y) [u(x, y) - A_{-n+1/2}^{-}(\tau, \lambda)] &= \nu(x), \quad x \in (0, 1) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

бошланғич шартлар билан қўйилган, бу ерда $\tau(x)$ ва $\nu(x)$ -берилган функциялар,

$$A_{-n+1/2}^{-}(\tau, \lambda) = \sum_{k=0}^{n+1} \frac{C_{n+1}^k (4y)^k}{k!(-n+1/2)_k} \int_0^1 \Psi_k(\tau, \lambda) [z(1-z)]^k \bar{J}_k(\sigma) dz. \quad (13)$$

Бу ҳолда $L_{-n+1/2, \lambda}(u) = 0$ тенгламанинг (4) умумий ечимидан фойдаланиб, масаланинг ечими ушбу кўринишда

$$u(x, y) = A_{-n+1/2}^{-}(\tau, \lambda) - \gamma_5(-y)^{n+1/2} \int_0^1 \nu(\zeta) [z(1-z)]^n \bar{J}_n(\sigma) dz \quad (14)$$

топилган ва қуйидаги теорема исботланган, бу ерда $\gamma_5 = 2(2n)! / (n!)^2$.

3-теорема. Агар $\tau(x) \in C^{2(n+2)}[0,1]$ ва $\nu(x) \in C^2[0,1]$ бўлса, у ҳолда (14) формула билан аниқланган $u(x, y)$ функция $L_{-n+1/2, \lambda}(u) = 0$ тенгламанинг (12) шартларни қаноатлантирувчи ечими бўлади.

4) $\alpha = -n$, $n = 0, 1, 2, \dots$ бўлсин. Бу ҳолда (1) тенглама учун

$$u(x, 0) = \tau(x), \quad x \in [0, 1]; \quad \lim_{y \rightarrow -0} (-y)^{-n} \frac{\partial}{\partial y} [u(x, y) - A_{-n}^{-}(\tau, \lambda)] = \nu(x), \quad x \in (0, 1) \quad (15)$$

бошланғич шартлар билан қўйилган кўриниши ўзгарган Коши масаласи қаралган, бу ерда $\tau(x)$ ва $\nu(x)$ -берилган функциялар,

$$\begin{aligned} A_{-n}^{-}(\tau, \lambda) &= \frac{1}{\pi} \sum_{k=0}^n \frac{(4y)^k C_{n+1}^k}{(-n)_k (1/2)_k} \int_0^1 \Psi_k(\tau, \lambda) [z(1-z)]^{k-1/2} \bar{J}_{k-1/2}(\sigma) dz + \\ &+ \frac{2(4y)^{n+1}}{\pi(-n)_n (1/2)_{n+1}} \int_0^1 \Psi_{n+1}(\tau, \lambda) [z(1-z)]^{n+1/2} \times \\ &\times \left\{ \ln[\sqrt{-y}z(1-z)] \bar{J}_{n+1/2}(\sigma) - \Omega_{n+1/2}(\sigma) \right\} dz. \end{aligned} \quad (16)$$

Бу ҳолда $L_{-n, \lambda}(u) = 0$ тенгламанинг (5) умумий ечимидан фойдаланиб, масаланинг ечими ушбу кўринишда

$$u(x, y) = A_{-n}^-(\tau, \lambda) - \gamma_6(-y)^{n+1} \int_0^1 \nu(\zeta) [z(1-z)]^{n+1/2} \bar{J}_{n+1/2}(\sigma) dz \quad (17)$$

топилган ва қуйидаги теорема исботланган, бу ерда $\gamma_6 = \Gamma(2n+3) / [(n+1)\Gamma^2(n+3/2)]$.

4-теорема. Агар $\tau(x) \in C^{2(n+2)}[0,1]$ ва $\nu(x) \in C^2[0,1]$ бўлса, у ҳолда (17) формула билан аниқланган $u(x, y)$ функция $L_{-n, \lambda}(u) = 0$ тенгламанинг (15) шартларни қаноатлантирувчи ечими бўлади.

5) $\alpha = 1$ бўлсин. Бу ҳолда (1) тенглама учун

$$\lim_{y \rightarrow 0} \frac{u(x, y)}{\ln \sqrt{-y}} = \tau(x), \quad x \in [0, 1]; \quad (18)$$

$$\lim_{y \rightarrow 0} (-y) \ln^2 \sqrt{-y} \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{u(x, y) - A_1^-(\tau, \lambda)}{\ln \sqrt{-y}} \right] = \nu(x), \quad x \in (0, 1) \quad (19)$$

бошланғич шартлар билан қўйилган кўриниши ўзгарган Коши масаласи қаралган, бу ерда $\tau(x)$ ва $\nu(x)$ – берилган функциялар,

$$A_1^-(\tau, \lambda) = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \frac{\tau(\zeta)}{\sqrt{z(1-z)}} \left\{ \ln [\sqrt{-y} z(1-z)] \bar{J}_{-1/2}(\sigma) - \Omega_{-1/2}(\sigma) \right\} dz. \quad (20)$$

Бу ҳолда (1) тенглама умумий ечимининг (6) формуласидан фойдаланиб, масаланинг ечими

$$u(x, y) = A_1^-(\tau, \lambda) + \frac{2}{\pi} \int_0^1 \nu(\zeta) [z(1-z)]^{-1/2} \bar{J}_{-1/2}(\sigma) dz \quad (21)$$

кўринишда топилган ва қуйидаги теорема исботланган.

5-теорема. Агар $\tau(x), \nu(x) \in C[0,1] \cap C^2(0,1)$ бўлса, у ҳолда (21) формула билан аниқланган $u(x, y)$ функция $L_{1, \lambda}(u) = 0$ тенгламанинг (18) ва (19) шартларни қаноатлантирувчи ечими бўлади.

Биринчи бобнинг учинчи параграфида 1.2-§ да ўрганилган масалалар ечимининг ягоналиги ўрганилиб, қуйидаги теорема исботланган.

6-теорема. $\{(1), (7)\}$ (шу каби $\{(1), (12)\}$ ва $\{(1), (15)\}$) кўриниши ўзгарган Коши масаласи биттадан ортиқ ечимга эга эмас.

Диссертациянинг «Бузиладиган гиперболик тенглама учун чегаравий масалалар» деб номланган иккинчи боби учта параграфдан иборат бўлиб, биринчи боб бошида тавсифланган D характеристик учбурчакда (1) тенглама учун чегаравий масалалар баён қилиш ва ўрганишга бағишланган.

Иккинчи бобнинг биринчи параграфида D соҳада (1) тенглама учун тўртта силжишли масалалар қўйилган ва ўрганилган.

1-масала. D соҳада (1) тенгламанинг $\alpha \in (-\infty, 0)$, $\alpha \neq -n$, $\alpha \neq -n+1/2$, $n \in N$ бўлгандаги шундай $u(x, y) \in C(\bar{D}) \cap C^2(D)$ ечими топилсинки, у ушбу

$$u(x, 0) = \tau(x), \quad x \in [0, 1]; \quad (22)$$

$$a(x)A_{0x}^{1,\lambda_i}[D_{0x}^{1-\beta}u(\theta_0)] + b(x)A_{x1}^{1,\lambda_i}[D_{x1}^{1-\beta}u(\theta_1)] + \\ + c(x)\lim_{y \rightarrow -0}(-y)^\alpha[u - A_\alpha^-(\tau, \lambda)]'_y = f(x), \quad x \in (0,1)$$

шартларни қаноатлантирсин, бу ерда $\tau(x), a(x), b(x), c(x), f(x)$ - берилган узлуксиз функциялар бўлиб, $a^2(x) + b^2(x) + c^2(x) \neq 0, x \in [0,1]$ тенгсизлик бажарилади, $A_\alpha^-(\tau, \lambda)$ - оператор (8) ёки (10) формула билан аниқланади, $D_{0x}^{1-\beta}$ ва $D_{x1}^{1-\beta}$ – Риман – Лиувилл маъносидаги каср тартибли дифференциал операторлар, $\theta_0 = (x/2, -x^2/16), \theta_1 = ((1+x)/2, -(1-x)^2/16)$,

$$A_{kx}^{1,\lambda}[g(x)] = g(x) - \int_k^x g(t) \frac{t-k}{x-k} \frac{\partial}{\partial t} J_0[\lambda \sqrt{(x-k)(x-t)}] dt.$$

$\alpha = -n + \alpha_0, n = 0, 1, 2, \dots, \alpha_0 \in (1/2, 1)$ бўлганда қуйидаги теорема исботланган.

7-теорема. Агар ушбу

$$\left. \begin{aligned} x^{-\beta} a(x) + (1-x)^{-\beta} b(x) + 2^{1-4\beta} c(x) &\neq 0, \quad x \in [0,1]; \\ a(x), b(x), c(x), f(x) &\in C[0,1]; \\ \tau(x) \in C^{(2n+2)}[0,1], \tau^{(m)}(0) &= 0, \tau^{(m)}(1) = 0, m = \overline{0, 2n+1} \end{aligned} \right\}$$

шартлар бажарилса, у ҳолда 1-масала ягона ечимга эга бўлади.

2-масала. D соҳада (1) тенгламанинг $\alpha = -n, n = 0, 1, 2, \dots$ бўлгандаги шундай $u(x, y) \in C(\overline{D}) \cap C^2(D)$ ечими топилсинки, у (22) ва

$$a(x)A_{0x}^{1,\lambda_i}\{D_{0x}^{3/2+n}[u(\theta_0) - \mu_0(\theta_0)]\} + b(x)A_{x1}^{1,\lambda_i}\{D_{x1}^{3/2+n}[u(\theta_1) - \mu_1(\theta_1)]\} + \\ + c(x)\lim_{y \rightarrow -0}(-y)^{-n} \frac{\partial}{\partial y}[u - A_{-n}^-(\tau, \lambda)] = f(x), \quad x \in (0,1)$$

шартларни қаноатлантирсин, бу ерда $\tau(x), a(x), b(x), c(x), f(x)$ - берилган функциялар бўлиб, $a^2(x) + b^2(x) + c^2(x) \neq 0, x \in [0,1]$ тенгсизлик бажарилади, $A_{-n}^-(\tau, \lambda)$ - (16) формула билан аниқланади,

$$\mu_0(x, y) = \frac{4(-4y)^{n+1}}{\pi n!(3/2)_n} \int_0^1 \Psi_{n+1}(\tau, \lambda)[z(1-z)]^{n+1/2} \{\Omega_{n+1/2}(\sigma) - \ln[(1-z)/4] \bar{J}_{n+1/2}(\sigma)\} dz, \\ \mu_1(x, y) = \frac{2(-4y)^{n+1}}{\pi n!(1/2)_{n+1}} \int_0^1 \Psi_{n+1}(\tau, \lambda)[z(1-z)]^{n+1/2} \{\Omega_{n+1/2}(\sigma) - \ln[z/4] \bar{J}_{n+1/2}(\sigma)\} dz.$$

Қуйидаги теорема исботланган.

8-теорема. Агар ушбу

$$\left. \begin{aligned} a(x)x^{n+1/2} + b(x)(1-x)^{n+1/2} + 16^{n+1}(n+1)\Gamma(n+3/2)\Gamma^{-1}(2n+3)c(x) &\neq 0, x \in [0,1]; \\ a(x), b(x), c(x), f(x) &\in C^2[0,1]; \\ \tau(x) \in C^{(2n+4)}[0,1]; \tau^{(m)}(0) &= 0, \tau^{(m)}(1) = 0, m = \overline{0, n+4} \end{aligned} \right\}$$

шартлар бажарилса, у ҳолда 2-масала ягона ечимга эга бўлади.

3-масала. D соҳада (1) тенгламанинг $\alpha = -n + 1/2$, $n = 0, 1, 2, \dots$ бўлгандаги шундай $u(x, y) \in C(\bar{D}) \cap C^2(D)$ ечими топилсинки, у (22) ва

$$a(x) A_{0x}^{1, \lambda_i} \{D_{0x}^{1+n} [u(\theta_0)]\} + b(x) A_{x1}^{1, \lambda_i} \{D_{x1}^{1+n} [u(\theta_1)]\} + \\ + c(x) \lim_{y \rightarrow -0} (-y)^\alpha \frac{\partial}{\partial y} [u - A_{1/2-n}^-(\tau, \lambda)] = f(x), \quad x \in (0, 1)$$

шартларни қаноатлантирсин, бу ерда $\tau(x), a(x), b(x), c(x), f(x)$ - берилган функциялар бўлиб, $a^2(x) + b^2(x) + c^2(x) \neq 0, x \in [0, 1]$ тенгсизлик бажарилади, $A_{-n+1/2}^-(\tau, \lambda)$ - (13) формула билан аниқланади.

Қуйидаги теорема ўринли.

9-теорема. Агар ушбу

$$(1/4)^{n+1/2} a(x) x^n + (1/4)^{n+1/2} b(x) (1-x)^n - (n!)/2(2n)! c(x) \neq 0, \quad x \in [0, 1]; \\ a(x), b(x), c(x), f(x) \in C^2[0, 1]; \\ \left. \begin{aligned} \tau(x) \in C^{(2n+3)}[0, 1], \tau^{(m)}(0) = 0, \tau^{(m)}(1) = 0, m = \overline{0, n} \end{aligned} \right\}$$

шартлар бажарилса, у ҳолда 3 - масала ягона ечимга эга бўлади.

4-масала. D соҳада (1) тенгламанинг $\alpha = 1$ бўлгандаги шундай $u(x, y) \in C^2(D)$ ечими топилсинки, у $[u(x, y) / \ln \sqrt{-y}] \in C(\bar{D})$,

$$\lim_{y \rightarrow -0} \frac{u(x, y)}{\ln \sqrt{-y}} = \tau(x), \quad x \in [0, 1]; \\ a(x) A_{0x}^{1, \lambda_i} \{D_{0x}^{-1/2} [u(\theta_0) - \mu_2(\theta_0)]\} + b(x) A_{x1}^{1, \lambda_i} \{D_{x1}^{-1/2} [u(\theta_1) - \mu_3(\theta_1)]\} + \\ + c(x) \lim_{y \rightarrow -0} (-y) \frac{\partial}{\partial y} [u - A_1^-(\tau, \lambda)] = f(x), \quad x \in (0, 1)$$

шартларни қаноатлантирсин, бу ерда $\tau(x), a(x), b(x), c(x), f(x)$ - берилган функциялар бўлиб, $a^2(x) + b^2(x) + c^2(x) \neq 0, x \in [0, 1]$; $A_1^-(\tau, \lambda)$ - (20) формула билан аниқланади,

$$\mu_2(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \tau(\zeta) [z(1-z)]^{-1/2} \left\{ \ln[(1-z)/4] \bar{J}_{-1/2}(\sigma) - \Omega_{-1/2}(\sigma) \right\} dz, \\ \mu_3(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \tau(\zeta) [z(1-z)]^{-1/2} [\ln(z/4) \bar{J}_{-1/2}(\sigma) - \Omega_{-1/2}(\sigma)] dz.$$

Қуйидаги теорема исботланган.

10-теорема. Агар ушбу

$$(1-x)^{1/2} a(x) + x^{1/2} b(x) + \frac{1}{2} \sqrt{\pi} x^{1/2} (1-x)^{1/2} c(x) \neq 0, \quad x \in [0, 1]; \\ \tau(x) = x^{\varepsilon_1} (1-x)^{\varepsilon_2} \tau_1(x), \quad \tau_1(x) \in C[0, 1] \cap C^2(0, 1), \\ \forall \varepsilon_1 > 0, \forall \varepsilon_2 > 0; \quad a(x), b(x), f(x) \in C^2[0, 1]$$

шартлар бажарилса, 4-масала ягона ечимга эга бўлади.

Иккинчи бобнинг иккинчи параграфида $\alpha = -n + \alpha_0$, $\alpha_0 \in (1/2, 1)$, $n = 2, 3, \dots$ бўлганда (1) тенглама учун Коши – Гурса масаласи ўрганилган.

Коши – Гурса масаласи. D соҳада (1) тенгламанинг R_{00}^λ [R_{01}^λ] синфга тегишли ва

$$\lim_{y \rightarrow 0} (-y)^\alpha (\partial / \partial y) [u - A_\alpha^-(\tau, \lambda)] = \nu(x), \quad x \in (0, 1), \quad (23)$$

$$u(x, y)|_{AC} = \varphi_0(x), x \in [0, 1/2] \quad (u(x, y)|_{BC} = \varphi_1(x), x \in [1/2, 1]) \quad (24)$$

шартларни қаноатлантирувчи $u(x, y) \in C(\bar{D})$ ечими топилсин, бу ерда $A_\alpha^-(\tau, \lambda)$ - (8) кўринишдаги оператор, $\nu(x)$, $\varphi_0(x)$ ва $\varphi_1(x)$ - берилган функциялар, $\tau(x) = u(x, 0)$, R_{00}^λ (R_{01}^λ) синфнинг таърифи куйида келтирилади.

(1) тенглама учун Коши – Гурса масаласини (ва бошқа чегаравий масалаларни) ўрганишда (1) тенглама ечимларининг R_{0p}^λ синфи муҳим аҳамиятга эга. Шунинг учун аввало ечимларнинг R_{0p}^λ синфи киритилади ва (1) тенгламанинг R_{0p}^λ синфга қарашли ечимининг кўриниши топилади. Бу ҳолда куйидаги теореманинг тасдиғидан фойдаланилади.

11-теорема. Агар $\alpha = -n + \alpha_0$, $\alpha_0 \in (1/2, 1)$, $n = 2, 3, 4, \dots$, $\tau(x) \in C^{2n}[0, 1]$ ва $\nu(x) \in C(0, 1) \cap L[0, 1]$ бўлса, у ҳолда (9) формула билан аниқланган $u(x, y)$ функция (1) тенгламанинг регуляр ечими бўлади.

1-таъриф. Агар $u(x, y)$ функция D соҳада (9) формула билан аниқланиб, $\tau(x)$ функцияни

$$\tau(x) = \text{sign}(x - p) \int_p^x |x - t|^{-2\beta} \bar{I}_{-\beta} [\lambda(x - t)] T(t) dt \quad (25)$$

кўринишда тасвирлаш мумкин бўлса, у ҳолда $u(x, y)$ функция (1) тенгламанинг R_{0p}^λ синфга тегишли ечими дейилади, бу ерда $\nu(x)$ ва $T(x)$ - $(0, 1)$ оралиқда узлуксиз ва интегралланувчи функциялар, $p = 0$ ёки $p = 1$, $\bar{I}_\gamma(z) = \bar{J}_\gamma(iz)$.

(25) тенгликдан $\tau(x) \in C^{2n}[0, 1]$, $\tau^{(k)}(p) = 0$, $k = 0, 2n - 1$ муносабатлар келиб чиқади. Шунинг учун, агар $u(x, y) \in R_{0p}^\lambda$ бўлса, у ҳолда 11-теоремага асосан $u(x, y)$ функция (1) тенгламанинг регуляр ечими бўлади.

(25) ни (9) га қўйиб, (1) тенгламанинг R_{0p}^λ синфдаги ечимининг кўриниши, хусусан $p = 0$ бўлганда, куйидагича бўлиши кўрсатилган:

$$u_{00}(x, y) = \int_0^\xi (\eta - t)^{-\beta} (\xi - t)^{-\beta} \bar{I}_{-\beta} [\lambda \sqrt{(\eta - t)(\xi - t)}] T(t) dt + \\ + \int_\xi^\eta (\eta - t)^{-\beta} (t - \xi)^{-\beta} \bar{J}_{-\beta} [\lambda \sqrt{(\eta - t)(t - \xi)}] N(t) dt, \quad (26)$$

бу ерда $\xi = x - 2\sqrt{-y}$, $\eta = x + 2\sqrt{-y}$, $N(t) = (2\cos\pi\beta)^{-1} T(t) - 4^{2\beta-1}\gamma_2\nu(t)$.

(26) формуладан фойдаланиб қуйидаги теорема исботланган.

12-теорема. Агар $\varphi_0(s) \in C[0,1] \cap C^{(2n)}(0,1)$, $\varphi_0^{(2n-1)}(s) \in L[0,1]$, $\varphi_0^{(m)}(0) = 0$, $m = \overline{0, 2n-1}$; $\varphi_0^{(2n)}(s) = s^\delta \varphi_0^*(s)$, $\delta > -2n - 2\beta$, $\varphi_0^*(s) \in C[0,1]$; $\nu(s) \in C(0,1) \cap L[0,1]$ шартлар бажарилса, у ҳолда

$$u_{00}(x,y) = \frac{1}{2\cos\pi\beta} \int_{\xi}^{\eta} (\eta-s)^{-\beta} (s-\xi)^{-\beta} \bar{J}_{-\beta}(\sigma) [\Phi(s) - \gamma_7\nu(s)] ds + \\ + \int_0^{\xi} (\eta-s)^{-\beta} (\xi-s)^{-\beta} \bar{J}_{-\beta}(\sigma) \Phi(s) ds$$

функция қуйидаги ҳоссаларга эга бўлади: 1) $u_{00}(x,y) \in C(\bar{D}) \cap C^2(D)$; 2) D соҳада (1) тенгламани ва (23), (24) шартларни қаноатлантиради, бу ерда $\Phi(s) = \gamma_7\nu(s) + \frac{2\cos\pi\beta}{\Gamma(1-\beta)} s^\beta A_{0s}^{1,\lambda} [D_{0s}^{1-\beta} \varphi_0(s)]$, $\gamma_7 = 2 \cdot 4^{2\beta-1} \gamma_2 \cos\pi\beta$.

2.3-§ да Коши – Гурса масаласи $\alpha \in (-1/2, 0)$ бўлган ҳолда ўрганилган.

Диссертациянинг «Параболо – гиперболик тенглама учун чегаравий масалалар» деб номланган учинчи боби учта параграфдан иборат бўлиб, $D = D_1 \cup D_2 \cup AB$ соҳада

$$0 = \begin{cases} L_1(u) \equiv \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial u}{\partial y} - \lambda^2 u, & (x,y) \in D_1, \\ L_2(u) \equiv \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \alpha \frac{\partial u}{\partial y} - \lambda^2 u, & (x,y) \in D_2 \end{cases} \quad (27)$$

тенглама учун чегаравий масалалар қўйиш ва ўрганишга бағишланган, бу ерда D_1 - $y > 0$ ярим текисликнинг $y = 0, x = 1, y = 1, x = 0$ тўғри чизиқларда ётувчи мос равишда AB, BB_0, A_0B_0, AA_0 кесмалари билан чегараланган соҳаси, D_2 эса $y < 0$ ярим текисликнинг (27) тенгламанинг мос равишда $x - 2\sqrt{-y} = 0$, $x + 2\sqrt{-y} = 1$, $y = 0$ характеристикаларида ётувчи AC , BC , AB ёйлари билан чегараланган соҳаси, $\alpha \in R$, $\lambda \in R$ ёки $i\lambda \in R$.

Учинчи бобнинг биринчи параграфида (27) тенглама учун $\alpha \in (-1/2, 0)$ бўлганда қуйидаги масала ўрганилган.

T_0 масала. Ушбу ҳоссаларга эга бўлган $u(x,y)$ функция топилсин: а) $u(x,y) \in C(\bar{D})$; б) D_1 соҳада (27) тенгламанинг регуляр ечими, D_2 соҳада эса $\alpha \in (-1/2, 0)$ бўлгандаги R_{00}^λ синфга тегишли ечими; в) AB кесмада

$$\lim_{y \rightarrow -0} (-y)^\alpha \frac{\partial}{\partial y} [u - A_\alpha^-(\tau, \lambda)] = \lim_{y \rightarrow +0} \frac{\partial u}{\partial y}, \quad x \in (0,1) \quad (28)$$

улаш шартини қаноатлантиради; г) ушбу чегаравий шартларни

$$u|_{AA_0} = \varphi_0(y), u|_{BB_0} = \varphi_1(y), 0 \leq y \leq 1, \quad (29)$$

$$u|_{AC} = \psi(x), 0 \leq x \leq 1/2$$

қаноатлантиради, бу ерда $\varphi_0(y), \varphi_1(y), \psi(x)$ - берилган функциялар,

$$A_{\alpha}^{-}(\tau, \lambda) = \gamma_8 \int_0^1 \tau(\zeta) [z(1-z)]^{\beta} \bar{J}_{\beta}(\sigma) dz + \frac{8\gamma_8 y}{(1+\beta)(1+2\beta)} \times \\ \times \int_0^1 \left(\lambda^2 - \frac{d^2}{d\zeta^2} \right) \tau(\zeta) [z(1-z)]^{1+\beta} \bar{J}_{1+\beta}(\sigma) dz,$$

$$\beta = \alpha - 1/2, \gamma_8 = \Gamma(2+2\beta) / \Gamma^2(1+\beta), \zeta = x - 2\sqrt{-y}(1-2z), \sigma = 4\lambda\sqrt{-yz(1-z)}.$$

Қуйидаги теорема исботланган.

13-теорема. Агар λ - ҳақиқий сон ёки $i\pi t, t \in Z$ дан фарқли соф мавҳум сон бўлиб, берилган функциялар $\varphi_1(y), \varphi_2(y) \in C[0,1]$, $\varphi_1(0)=0$, $\varphi_2(0)=0$ ва $\psi^{(k)}(0)=0$, $k=0,1,2$, $\psi'''(s/2)=s^{\delta}\psi_0(s)$, $\delta > -2-2\beta$, $\psi_0(s) \in C[0,1]$ шартларни бажарса, у ҳолда T_0 масала ягона ечимга эга бўлади.

Учинчи бобнинг иккинчи параграфида $\alpha \in (-n+1/2, -n+1)$, яъни, $\alpha = -n + \alpha_0$, $n=0,1,2,\dots, \alpha_0 \in (1/2,1)$ бўлганда T_0 масала ўрганилган (у T масала деб номланган) бўлиб, бу ерда $A_{\alpha}^{-}(\tau, \lambda) - (8)$ кўринишга эга.

Қуйидаги теорема исботланган.

14-теорема. Агар λ - ҳақиқий сон ёки $i\pi t, t \in Z$ дан фарқли соф мавҳум сон бўлиб, берилган функциялар $\varphi_1(y), \varphi_2(y) \in C[0,1]$, $\varphi_1(0)=0$, $\varphi_2(0)=0$ ва $\psi^{(k)}(0)=0$, $k=0,1,2,\dots, 2n-1$, $\psi^{(2n)}(x/2) \in C[0,1]$ шартларни бажарса, у ҳолда T масала ягона ечимга эга бўлади.

Учинчи бобнинг учинчи параграфида $\alpha = -n + \alpha_0$, $n=0,1,2,\dots, \alpha_0 \in (1/2,1)$ бўлганда қуйидаги нолокал масала ўрганилган.

А масала. Қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи $u(x, y)$ функция топилсин: а) $u(x, y) \in C(\bar{D})$; б) D_1 соҳада (27) тенгламанинг регуляр ечими, D_2 соҳада эса $\alpha = -n + \alpha_0$, $\alpha_0 \in (1/2,1)$, $n=2,3,\dots$ бўлгандаги R_{00}^{λ} синфга тегишли ечими; в) AB бузилиш чизиғида (28) улаш шартини қаноатлантиради; г) (29) ва ушбу

$$u(\theta_0) = \sum_{k=0}^n e_k(x) \left(\frac{d^2}{dx^2} - \lambda^2 \right)^k u(x, 0) + l(x) \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=+0} + f(x), \quad 0 < x < 1$$

чегаравий шартларни қаноатлантиради, бу ерда $\varphi_0(y), \varphi_1(y), e_k(x), l(x), f(x)$ - берилган функциялар, $\theta_0 = (x/2, -x^2/16)$, $A_{\alpha}^{-}(\tau, \lambda)$ оператор эса (8) кўринишга эга.

Қуйидаги теорема исботланган.

15-теорема. Агар λ - ҳақиқий сон ёки $i\pi t, t \in Z$ дан фарқли соф мавҳум сон бўлиб, берилган функциялар $\varphi_1(y), \varphi_2(y) \in C[0,1]$, $\varphi_1(0)=0$,

$\varphi_2(0)=0$ ва $e_k(x)$, $k=\overline{0,n}$, $l(x)$, $f(x)$, $[e_n(x)]^{-1} \in C^2[0,1]$, $f(0)=0$ шартларни бажарса, у ҳолда A масаланинг ечими мавжуд ва ягона бўлади.

ХУЛОСА

Диссертация иши бузиладиган гиперболик ва аралаш типдаги иккинчи тур тенгламалар учун бошланғич ва чегаравий масалалар баён қилиш ҳамда ўрганишга бағишланган. Тадқиқотнинг асосий натижалари қуйидагилардан иборат:

1. Турли коэффицентли гиперболик типдаги бузиладиган иккинчи тур тенгламалар ечимларини боғловчи формулалар топилган.
2. Гиперболик типдаги бузиладиган иккинчи тур тенгламаларнинг бир синфи учун умумий ечим формулалари топилган.
3. Гиперболик типдаги бузиладиган иккинчи тур тенглама учун тенглама коэффицентининг турли қийматларида кўриниши ўзгарган Коши масалалари баён қилинган, бу масалалар ечимларининг формулалари топилган ва масалалар ечимининг ягоналиги кўрсатилган.
4. Гиперболик типдаги бузиладиган иккинчи тур тенглама учун тенглама коэффицентининг турли қийматларида силжишли масалалар қўйилган ва бу масалалар бир қийматли ечилишини таъминловчи етарли шартлар топилган.
5. Гиперболик типдаги бузиладиган иккинчи тур тенглама ечимларининг махсус R_{0p}^λ синфи таърифланган, бу синф ечимларининг формулалари топилган ва хоссалари ўрганилган.
6. Бузиладиган гиперболик типдаги иккинчи тур тенглама учун тенглама коэффицентининг турли қийматларида Коши-Гурса масаласи баён қилинган ва R_{0p}^λ синфда бу масаланинг ягона ечими мавжудлиги исботланган.
7. Параболо – гиперболик типдаги иккинчи тур тенглама учун Трикоми масаласи қўйилган ва бу масаланинг бир қийматли ечилиши асосланган.
8. Параболо-гиперболик типдаги иккинчи тур тенглама учун нолокал масала баён қилинган ва бу масала ечимининг мавжудлиги ҳамда ягоналиги исботланган.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 ПО
ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЁНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ
ФЕРГАНСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ**

ФЕРГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ОКБОВЕВ АҚМАЛЖОН БАХРОМЖОНОВИЧ

**ЗАДАЧИ ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ УРАВНЕНИЙ
ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО И СМЕШАННОГО ТИПОВ
ВТОРОГО РОДА**

01.01.02 – Дифференциальные уравнения и математическая физика

**АВТОРЕФЕРАТ
диссертации доктора философии (PhD)
ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ**

Фергана – 2021

Тема диссертации доктора философии (Doctor of Philosophy) по физико – математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за №В 2019.1.PhD/FM304.

Диссертация выполнена в Ферганском государственном университете.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб – странице Научного совета (www.fdu.uz) и на Информационно-образовательном портале «ZiyoNet» (www.ziynet.uz).

Научный руководитель:

Уринов Ахмаджон Кушакович

доктор физико-математических наук, профессор

Официальные оппоненты:

Хасанов Анваржон

доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник

Апаков Юсупжон Пулатович

доктор физико-математических наук, доцент

Ведущая организация:

Национальный университет Узбекистана

Защита диссертации состоится «__»_____2021 года в _____ часов на заседании Научного совета PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 при Ферганском государственном университете. (Адрес: 150100, г. Фергана, ул. Мураббийлар, дом 19. Тел: (+99873) 244-44-02, факс: (+99873) 244-44-93, e-mail: fardu_info@umail.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно – ресурсном центре Ферганского государственного университета (зарегистрирована за №___). (Адрес: 150100, г. Фергана, ул. Мураббийлар, дом 19).Тел.: (+99873) 244-44-94.

Автореферат диссертации разослан «__»_____2021 года.

(протокол рассылки №__от «__»_____2021 года).

Б.Т. Саматов

Заместитель председателя научного совета по присуждению ученых степеней, д.ф-м.н., профессор

И.У. Хайдаров

Ученый секретарь научного совета по присуждению ученых степеней, к.ф-м.н.

Ш.Т.Каримов

Председатель научного семинара при научном совете по присуждению ученых степеней, д.ф-м.н., доцент

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. Проводимые в мировом масштабе научно-практические исследования в большинстве случаев сводятся к задачам теории дифференциальных уравнений в частных производных. Вырождающиеся дифференциальные уравнения в частных производных применяются в качестве математических моделей задач динамики газов и жидкостей, теории бесконечно малых изгибов поверхностей вращения, теории безмоментных оболочек, компьютерной томографии, движении крови в артериях и во многих других областях науки. Поэтому решение краевых задач для вырождающихся дифференциальных уравнений гиперболического и параболо-гиперболического типов второго рода имеет важное значение.

В настоящее время в мире ведутся многочисленные научные работы по исследованию однозначной разрешимости начальных и краевых задач для вырождающихся дифференциальных уравнений в частных производных. При этом особое внимание уделяется нахождению единственного решения задач с начальными условиями, доказательству однозначной разрешимости краевых задач с локальными и нелокальными условиями для вырождающихся гиперболических уравнений, а также доказательству существования и единственности решения задачи Трикоми и краевых задач с нелокальным условием для смешанных параболо-гиперболических уравнений.

В нашей стране достигнуты значительные результаты в развитии фундаментальных направлений, связанных с теорией дифференциальных уравнений в частных производных, имеющих научные и прикладные приложения, в частности, механики, математической биологии, динамики газов и жидкостей. Следует отметить, что интерес к таким направлениям также основан на решении задач, поставленных для уравнений гиперболического и смешанного типов. Проведение научно-исследовательских работ на уровне международных стандартов по приоритетным направлениям дисциплин «Дифференциальные уравнения и математическая физика, теория динамических систем и оптимальное управление» обозначены как основные задачи и направления деятельности исследователей². В этом направлении однозначное решение задачи Коши с видоизмененными начальными условиями и задачи Коши-Гурса для вырождающихся гиперболических уравнений, доказательство существования и единственности решения краевых задач для вырождающихся уравнений параболо-гиперболического типа имеют особое значение.

Проблема исследования настоящей диссертации находится в русле задач, обозначенных в Постановлениях Президента Республики Узбекистан ПП-2789 от 17 февраля 2017 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии Наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности», ПП-2909 от 20

² Постановление Президента Республики Узбекистан ПП-4708 от 7 мая 2020 года «О мерах по повышению качества образования и развитию научных исследований в области математики»

апреля 2017 года «О мерах по дальнейшему развитию системы высшего образования», ПП-4387 от 9 июля 2019 года «О мерах государственной поддержки дальнейшего развития математического образования и науки, а также коренного совершенствования деятельности Института математики имени В.И. Романовского Академии Наук Республики Узбекистан», ПП-4708 от 7 мая 2020 года «О мерах по повышению качества образования и развитию научных исследований в области математики», а также в других нормативно-правовых актах, касающихся фундаментальной науки.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

Степень изученности проблемы. Известно, что в зависимости от того, является ли линия параболического вырождения вырождающегося гиперболического уравнения характеристикой или нет, оно называется уравнением второго или первого рода. Задачу Коши с начальными данными на линии параболического вырождения для модельного вырождающегося гиперболического уравнения первого рода впервые решил Г.Дарбу. Этой проблемой также занимались Ф.Трикоми, С.Геллерстедт и Ф.И. Франкль. Задачу Коши для общего вырождающегося гиперболического уравнения первого рода, когда порядок вырождения $m=1$ и $m<2$, исследовали соответственно К.И.Бабенко и И.С.Березин, причем, пример, построенный И.С.Березиным, показал, что при $m>2$ задача Коши может быть некорректно поставленной. М.Проттер нашел достаточное условие, при выполнении которого задача Коши для общего линейного уравнения будет корректно поставленной. В случае некорректности задачи Коши А.В.Бицадзе предложил изучить видоизмененную задачу с весовыми начальными данными. Изучением краевых задач для вырождающихся гиперболических уравнений первого рода занимались С.Геллерстедт, М.Б.Капилевич, А.М.Нахушев, Т.Ш.Кальменов, А.М.Гордеев, К.Б.Сабитов, А.Хасанов, А.К.Уринов и др.

Вырождающиеся гиперболические уравнения второго рода обладают той особенностью, что для них задача Коши с начальными данными на линии параболического вырождения не всегда будет корректно поставленной. И.Л.Кароль, рассматривая модельное уравнение, доказал корректность задачи Коши в обычной постановке при $m \in (0,1)$. В.Ф.Волкодавным и В.А.Носовым эта проблема решена для общего линейного уравнения. С.А.Терсеновым предложены и исследованы корректные задачи с видоизмененными начальными данными, когда $m \in [1,2)$. Изучением начальной задачи для вырождающегося гиперболического уравнения второго рода также занимались И.А.Макаров, Ю.А.Карпукhin, М.М.Смирнов, Р.С.Хайруллин и др. Задача Коши для вырождающихся гиперболических уравнений второго рода со спектральным параметром исследована М.С.Салахитдиновым, Ф.Ф. Евдокимовым и Т.Г. Эргашевым. Исследованием

краевых задач для вырождающихся гиперболических уравнений второго рода занимались М.С. Салахитдинов, С.С.Исамухамедов, Хе Кан Чер, Т.Г. Эргашев и др. Проведенные исследования показали, что постановка начальной задачи с начальными данными на параболической линии вырождения для вырождающихся гиперболических уравнений второго рода при $m \geq 1$ существенно зависит от коэффициентов при младших членах уравнения. Поэтому эта задача в настоящее время остается малоизученной.

Краевые задачи для параболо-гиперболических уравнений, содержащих вырождающиеся гиперболические уравнения первого рода, исследованы достаточно хорошо. В этом направлении основополагающие результаты получены Т.Д. Джураевым и М.С. Салахитдиновым. Различные локальные и нелокальные задачи для таких уравнений рассматривались В.А.Елеевым, Ж.О.Тахировым, К.Б.Сабитовым, А.С.Сопуевым, А.С.Бердышевым, Б.Исломовым, А.К. Уриновым, Ю.П.Апаковым, Э.Т. Каримовым, М.Мамажоновым и др. В направлении исследования краевых задач для параболо-гиперболических уравнений, содержащих вырождающиеся гиперболические уравнения второго рода, весомые результаты получены М.С.Салахитдиновым, С.С.Исамухамедовым, Р.С.Хайруллин, Ю.М.Крикуновым, М.М.Смирновым, А.М.Нагорным, Н.К.Мамадалиевым и Т.Г.Эргашевым. Проведенный анализ состояния дел в этом направлении показывает, что в настоящее время краевые задачи для параболо-гиперболических уравнений, содержащих вырождающиеся гиперболические уравнения второго рода, изучены сравнительно мало.

Связь темы диссертации с научно – исследовательскими работами высшего учебного заведения, в котором выполнена диссертация. Диссертационная работа выполнена в рамке темы «Актуальные проблемы дифференциальных уравнений и родственных разделов математики» плана научно – исследовательских работ Ферганского государственного университета.

Целью исследования является исследование вырождающихся дифференциальных уравнений гиперболического и параболо–гиперболического типов второго рода.

Задачи исследования, решаемые в данной работе, следующие:

нахождение представления общего решения вырождающегося гиперболического уравнения второго рода;

постановка и исследование видоизмененной задачи Коши для вырождающегося гиперболического уравнения второго рода;

постановка и исследование задачи Коши - Гурса и задач со смещением для вырождающегося гиперболического уравнения второго рода;

постановка и изучение локальных и нелокальных краевых задач для уравнения параболо – гиперболического типа второго рода.

Объектом исследования являются вырождающиеся уравнения гиперболического и параболо – гиперболического типов второго рода.

Предметом исследования являются начальные и краевые задачи для вырождающегося гиперболического уравнения, а также краевые задачи для параболо – гиперболического уравнения второго рода.

Методы исследований. В диссертационной работе использованы методы характеристики, последовательных приближений и интегральных уравнений.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

разработан способ нахождения общего решения вырождающегося гиперболического уравнения второго рода;

найдена формула решения видоизмененной задачи Коши для вырождающегося гиперболического уравнения второго рода в характеристическом треугольнике и доказана единственность решения задачи;

установлена однозначная разрешимость задачи Коши-Гурса и нелокальных задач со смещением для вырождающегося гиперболического уравнения второго рода в характеристическом треугольнике;

доказаны единственность и существование решения задачи Трикоми и нелокальной задачи для параболо–гиперболического уравнения второго рода в смешанной области, состоящей из прямоугольника и характеристического треугольника.

Практические результаты исследования заключаются в следующем:

обосновано, что используя однозначную разрешимость нелокальных задач со смещением для вырождающегося гиперболического уравнения второго рода в характеристическом треугольнике, можно найти решения некоторых краевых задач со смещением для уравнений смешанного типа второго рода и применить их к задачам управления;

доказано, что с помощью способа нахождения общего решения вырождающегося гиперболического уравнения второго рода можно построить решения дифференциальных уравнений, соответствующих процессам горения, взрывов, фазовых переходов, критических явлений.

Достоверность результатов исследования обоснована принятыми математическими дедуктивными выводами с использованием методов характеристики, последовательных приближений и интегральных уравнений, а также строгими и полными доказательствами теорем.

Научная и практическая значимость результатов исследования. Научная значимость результатов исследования основана на том, что в случае любого решения уравнения второго порядка вырождающегося гиперболического типа, оно связано с коэффициентами малых членов этого уравнения.

Практическое значение диссертационной работы объясняется тем, что, используя общее решение вырождающегося уравнения гиперболического типа, можно построить некоторые решения задач со смещением для уравнений с частными производными смешанного типа второго рода.

Внедрение результатов исследования. Полученные результаты по исследованию задач для вырождающихся уравнений гиперболического и

смешанного типов внедрены в следующих научно – исследовательских проектах:

однозначная разрешимость задачи Коши-Гурса и нелокальных задач со смещением для вырождающегося гиперболического уравнения второго рода в характеристическом треугольнике были использованы при постановке и исследовании корректных задач в зарубежном гранте № НИОКТР АААА-А19-119013190078-8, на тему «Краевые задачи для уравнений основных и смешанных типов, их применение к задачам управления и моделирования динамических систем» (Справка № 01-16/49-1 от 07.12.2020 института прикладной математики и автоматизации Кабардино-Балкарского научного центра РАН). В результате построены решения некоторых краевых задач со смещением для уравнений смешанного типа второго рода и они применены к задачам управления;

способы нахождения общего решения вырождающегося гиперболического уравнения второго рода использованы при исследовании краевых задач для дифференциальных уравнений, полученных в зарубежных проектах «Обобщение различных моделей для задач горения и взрывов и рекомендации» (2017 г.) и «Задачи фазовых переходов и критические явления. Математические аспекты их уравнений, быстрые переходы и асимптотики» (2019 г.) (Справка №526 от 16.11.2020 института фундаментальных и прикладных исследований при Ошском государственном университете). В результате построены решения дифференциальных уравнений, соответствующих процессам горения, взрывов, фазовых переходов, критических явлений и они применены к прикладным задачам.

Апробация результатов исследования. Основные результаты диссертации были обсуждены на 11 международных и 2 республиканских научных и научно – практических конференциях.

Публикация результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 25 научных работ, из них 11 научных статей опубликовано в научных журналах, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для публикации основных научных результатов диссертаций доктора философии, в том числе, 3- в зарубежных и 8- в республиканских научных изданиях.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка использованной литературы. Общий объём диссертации 123 страницы.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснована актуальность и востребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, приведена степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлены объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая

значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

Первая глава, названная «Видоизмененная задача Коши для вырождающегося гиперболического уравнения» и состоящая из трех параграфов, посвящена постановке и исследованию видоизмененной задачи Коши для вырождающегося гиперболического уравнения второго рода вида

$$L_{\alpha,\lambda}(u) \equiv u_{xx} + y u_{yy} + \alpha u_y - \lambda^2 u = 0, y < 0 \quad (1)$$

в характеристическом треугольнике D , ограниченном его характеристиками $OB: x - 2\sqrt{-y} = 0$, $AB: x + 2\sqrt{-y} = 1$ и $OA: y = 0$, где α и λ – заданные числа, причем $\alpha \in R$, а $\lambda \in R$ или $i\lambda \in R$.

В первом параграфе первой главы исследованы свойства решений уравнения (1) и найдены представления общего решения уравнения (1) в следующих видах:

$$u(x, y) = \sum_{k=0}^n \frac{(4y)^k C_n^k}{(\beta + 1/2)_k (\beta + n)_k} \int_0^1 \Psi_k(\psi, \lambda) [z(1-z)]^{n+k+\beta-1} \bar{J}_{n+k+\beta-1}(\sigma) dz + \\ + (-y)^{1-\alpha} \int_0^1 \varphi(\zeta) [z(1-z)]^{-\beta} \bar{J}_{-\beta}(\sigma) dz, \alpha = -n + \alpha_0, n = 0, 1, 2, \dots, \alpha_0 \in (1/2, 1); \quad (2)$$

$$u(x, y) = \sum_{k=0}^n \frac{(4y)^k C_n^k}{(\beta + 1/2)_k (n + \beta)_k} \int_0^1 \Psi_k(\psi, \lambda) [z(1-z)]^{k+n+\beta-1} \bar{J}_{k+n+\beta-1}(\sigma) dz + \\ + (-y)^{1-\alpha} \int_0^1 \varphi(\zeta) [z(1-z)]^{-\beta} \bar{J}_{-\beta}(\sigma) dz, \alpha = 2 - n - \alpha_0, n \in N, \alpha_0 \in (1/2, 1); \quad (3)$$

$$u(x, y) = \sum_{k=0}^{n+1} \frac{C_{n+1}^k (4y)^k}{k! (-n + 1/2)_k} \int_0^1 \Psi_k(\psi, \lambda) [z(1-z)]^k \bar{J}_k(\sigma) dz + \\ + (-y)^{n+1/2} \int_0^1 \varphi(\zeta) [z(1-z)]^n \bar{J}_n(\sigma) dz, \alpha = -n + 1/2, n = 0, 1, 2, \dots; \quad (4)$$

$$u(x, y) = \sum_{k=0}^n \frac{(4y)^k C_{n+1}^k}{(-n)_k (1/2)_k} \int_0^1 \Psi_k(\psi, \lambda) [z(1-z)]^{k-1/2} \bar{J}_{k-(1/2)}(\sigma) dz + \\ + \frac{2(4y)^{n+1}}{(-n)_n (1/2)_{n+1}} \int_0^1 \Psi_{n+1}(\psi, \lambda) [z(1-z)]^{n+1/2} \left\{ \ln[\sqrt{-y}z(1-z)] \bar{J}_{n+1/2}(\sigma) - \right. \\ \left. - \Omega_{n+1/2}(\sigma) \right\} dz + (-y)^{n+1} \int_0^1 \varphi(\zeta) [z(1-z)]^{n+1/2} \bar{J}_{n+1/2}(\sigma) dz, \alpha = -n, n = 0, 1, 2, \dots; \quad (5)$$

$$u(x, y) = \int_0^1 \psi(\zeta) \frac{\ln[\sqrt{-y}z(1-z)] \bar{J}_{-1/2}(\sigma) - \Omega_{-1/2}(\sigma)}{\sqrt{z(1-z)}} dz + \int_0^1 \frac{\varphi(\zeta) \bar{J}_{-1/2}(\sigma)}{\sqrt{z(1-z)}} dz, \alpha = 1, \quad (6)$$

где $\beta = \alpha - 1/2$; $\varphi(\zeta)$ и $\psi(\zeta)$ – произвольные гладкие функции, $(a)_n$ – символ Похгаммера, C_n^k – биномиальный коэффициент, $\bar{J}_s(\sigma) = \Gamma(s+1)(\sigma/2)^{-s} J_s(\sigma)$,

$J_s(\sigma)$ -функция Бесселя первого рода порядка s , $\sigma = 4\lambda\sqrt{-yz(1-z)}$,
 $\Psi_k(\varphi, \lambda) = (\lambda^2 - d^2 / d\zeta^2)^k \varphi(\zeta)$, $k = 0, 1, 2, \dots$, $\zeta = x - 2\sqrt{-y}(1-2z)$,

$$\Omega_\gamma(\sigma) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m (\sigma/2)^{2m}}{m!(\gamma+1)_m} \sum_{j=1}^m \frac{1}{\gamma+j}.$$

Во втором параграфе первой главы при $\alpha \leq 1$ исследованы видоизмененные задачи Коши для уравнения (1).

1) Пусть $\alpha = -n + \alpha_0$, где $n = 0, 1, 2, \dots$, $\alpha_0 \in (1/2, 1)$. В этом случае исследована видоизмененная задача Коши для уравнения (1) об определении функции $u(x, y) \in C(\bar{D}) \cap C^2(D)$, удовлетворяющей в области D уравнению (1) и начальным условиям

$$u(x, 0) = \tau(x), x \in [0, 1]; \lim_{y \rightarrow 0} (-y)^\alpha (\partial / \partial y) [u - A_\alpha^-(\tau, \lambda)] = \nu(x), x \in (0, 1), \quad (7)$$

где $\tau(x)$ и $\nu(x)$ - заданные функции, а $A_\alpha^-(\tau, \lambda)$ - оператор вида

$$A_\alpha^-(\tau, \lambda) = \gamma_1 \sum_{k=0}^n \frac{(4y)^k C_n^k}{(\beta + 1/2)_k (\beta + n)_k} \int_0^1 \Psi_k(\tau, \lambda) [z(1-z)]^{k+n+\beta-1} \bar{J}_{k+n+\beta-1}(\sigma) dz. \quad (8)$$

Для нахождения решения этой задачи использовано представление (2) общего решения уравнения (1) и на его основе найдено решение задачи в виде

$$u(x, y) = A_\alpha^-(\tau, \lambda) - \gamma_2 (-y)^{1-\alpha} \int_0^1 \nu(\zeta) [z(1-z)]^{-\beta} \bar{J}_{-\beta}(\sigma) dz, \quad (9)$$

где $\gamma_1 = \Gamma(2n + 2\beta) / \Gamma^2(n + \beta)$, $\gamma_2 = \Gamma(2 - 2\beta) / [(1 - \alpha)\Gamma(1 - \beta)]$.

Доказана следующая

Теорема 1. Если $\tau(x) \in C^{2(n+1)}[0, 1]$ и $\nu(x) \in C^2[0, 1]$, то функция $u(x, y)$, определяемая формулой (9), является решением задачи $\{(1), (7)\}$.

2) Пусть $\alpha = 2 - n - \alpha_0$, где $n = 1, 2, \dots$, $\alpha_0 \in (1/2, 1)$. В этом случае изучена видоизмененная задача Коши об определении функции $u(x, y) \in C(\bar{D}) \cap C^2(D)$, удовлетворяющей в области D уравнению (1) и начальным условиям (7), где $\tau(x)$ и $\nu(x)$ - заданные функции,

$$A_\alpha^-(\tau, \lambda) = \gamma_3 \sum_{k=0}^n \frac{(4y)^k C_n^k}{(\beta + 1/2)_k (\beta + n)_k} \int_0^1 \Psi_k(\tau, \lambda) [z(1-z)]^{k+n+\beta-1} \bar{J}_{k+n+\beta-1}(\sigma) dz. \quad (10)$$

Для нахождения решения этой задачи использовано представление (3) общего решения уравнения (1) и решение задачи найдено в виде

$$u(x, y) = A_\alpha^-(\tau, \lambda) - \gamma_4 (-y)^{1-\alpha} \int_0^1 \nu(\zeta) [z(1-z)]^{-\beta} \bar{J}_{-\beta}(\sigma) dz, \quad (11)$$

где $\gamma_3 = \Gamma(2n + 2\beta)\Gamma^{-2}(n + \beta)$, $\gamma_4 = 4\Gamma(-1 - 2\beta) / [\beta\Gamma^2(-\beta)]$.

Доказана следующая

Теорема 2. Если $\tau(x) \in C^{2(n+1)}[0, 1]$ и $\nu(x) \in C^2[0, 1]$, то функция $u(x, y)$, определяемая формулой (11), является решением задачи $\{(1), (7)\}$.

3) Пусть $\alpha = -n + (1/2)$, $n = 0, 1, 2, \dots$. В этом случае исследована видоизмененная задача Коши для уравнения (1) с начальными условиями

$$\left. \begin{aligned} u(x, 0) &= \tau(x), \quad x \in [0, 1]; \\ \lim_{y \rightarrow 0} (-y)^{-n+1/2} (\partial / \partial y) [u(x, y) - A_{-n+1/2}^-(\tau, \lambda)] &= \nu(x), \quad x \in (0, 1), \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где $\tau(x)$ и $\nu(x)$ - заданные функции, а $A_{-n+1/2}^-(\tau, \lambda)$ - оператор вида

$$A_{-n+1/2}^-(\tau, \lambda) = \sum_{k=0}^{n+1} \frac{C_{n+1}^k (4y)^k}{k!(-n+1/2)_k} \int_0^1 \Psi_k(\tau, \lambda) [z(1-z)]^k \bar{J}_k(\sigma) dz. \quad (13)$$

В этом случае, пользуясь представлением (4) общего решения уравнения $L_{-n+1/2, \lambda}(u) = 0$, решение задачи найдено в виде

$$u(x, y) = A_{-n+1/2}^-(\tau, \lambda) - \gamma_5 (-y)^{n+1/2} \int_0^1 \nu(\zeta) [z(1-z)]^n \bar{J}_n(\sigma) dz, \quad (14)$$

где $\gamma_5 = 2(2n)! / (n!)^2$. Доказана следующая

Теорема 3. Если $\tau(x) \in C^{2(n+2)}[0, 1]$ и $\nu(x) \in C^2[0, 1]$, то функция $u(x, y)$, определяемая формулой (14), является решением уравнения $L_{-n+1/2, \lambda}(u) = 0$, удовлетворяющим условиям (12).

4) Пусть $\alpha = -n$, $n = 0, 1, 2, \dots$. В этом случае рассмотрена видоизмененная задача Коши для уравнения (1) с начальными условиями

$$u(x, 0) = \tau(x), x \in [0, 1]; \lim_{y \rightarrow 0} (-y)^{-n} \frac{\partial}{\partial y} [u(x, y) - A_{-n}^-(\tau, \lambda)] = \nu(x), x \in (0, 1), \quad (15)$$

где $\tau(x)$ и $\nu(x)$ - заданные функции, а $A_{-n}^-(\tau, \lambda)$ - оператор вида

$$\begin{aligned} A_{-n}^-(\tau, \lambda) &= \frac{1}{\pi} \sum_{k=0}^n \frac{(4y)^k C_{n+1}^k}{(-n)_k (1/2)_k} \int_0^1 \Psi_k(\tau, \lambda) [z(1-z)]^{k-1/2} \bar{J}_{k-1/2}(\sigma) dz + \\ &+ \frac{4(4y)^{n+1}}{\pi(-n)_n (3/2)_n} \int_0^1 \Psi_{n+1}(\tau, \lambda) [z(1-z)]^{n+1/2} \left\{ \ln \left[\sqrt{-y} z(1-z) \right] \bar{J}_{n+1/2}(\sigma) - \Omega_{n+1/2}(\sigma) \right\} dz. \end{aligned} \quad (16)$$

При этом, пользуясь представлением (5) общего решения уравнения $L_{-n, \lambda}(u) = 0$, решение задачи найдено в виде

$$u(x, y) = A_{-n}^-(\tau, \lambda) - \gamma_6 (-y)^{n+1} \int_0^1 \nu(\zeta) [z(1-z)]^{n+1/2} \bar{J}_{n+1/2}(\sigma) dz, \quad (17)$$

где $\gamma_6 = \Gamma(2n+3) / [(n+1)\Gamma^2(n+3/2)]$ и доказана следующая

Теорема 4. Если $\tau(x) \in C^{2(n+2)}[0, 1]$ и $\nu(x) \in C^2[0, 1]$, то функция $u(x, y)$, определяемая формулой (17), является решением уравнения $L_{-n, \lambda}(u) = 0$, удовлетворяющим условиям (15).

Пусть $\alpha = 1$. В этом случае рассмотрена видоизмененная задача Коши для уравнения (1) со следующими начальными условиями:

$$\lim_{y \rightarrow 0} \frac{u(x, y)}{\ln \sqrt{-y}} = \tau(x), \quad x \in [0, 1]; \quad (18)$$

$$\lim_{y \rightarrow -0} (-y) \ln^2 \sqrt{-y} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{u(x, y) - A_1^-(\tau, \lambda)}{\ln \sqrt{-y}} \right\} = \nu(x), \quad x \in (0, 1), \quad (19)$$

где $\tau(x)$ и $\nu(x)$ – заданные функции, $A_1^-(\tau, \lambda)$ – оператор вида

$$A_1^-(\tau, \lambda) = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \tau(\zeta) [z(1-z)]^{-1/2} \left\{ \ln [\sqrt{-y} z(1-z)] \bar{J}_{-1/2}(\sigma) - \Omega_{-1/2}(\sigma) \right\} dz. \quad (20)$$

Решение этой задачи с помощью формулы (6) найдено в виде

$$u(x, y) = A_1^-(\tau, \lambda) + \frac{2}{\pi} \int_0^1 \nu(\zeta) [z(1-z)]^{-1/2} \bar{J}_{-1/2}(\sigma) dz \quad (21)$$

и доказана следующая

Теорема 5. Если $\tau(x), \nu(x) \in C[0, 1] \cap C^2(0, 1)$, то функция $u(x, y)$, определяемая формулой (21), является решением уравнения $L_{1,\lambda}(u) = 0$, удовлетворяющим начальным условиям (18) и (19).

В третьем параграфе первой главы изучена единственность решения задач, изученных во втором параграфе. Доказана следующая

Теорема 6. Видоизмененная задача Коши $\{(1), (7)\}$ (а также задачи $\{(1), (12)\}$ и $\{(1), (15)\}$) не имеет более одного решения.

Вторая глава, названная «**Краевые задачи для вырождающегося гиперболического уравнения**» и состоящая из трёх параграфов, посвящена постановке и исследованию краевых задач для уравнения (1) в характеристическом треугольнике D , описанном в начале первой главы.

В первом параграфе второй главы в области D для уравнения (1) сформулированы и изучены четыре задачи со смещением.

Задача 1. Найти в области D решение $u(x, y) \in C(\bar{D}) \cap C^2(D)$ уравнения (1) при $\alpha \in (-\infty, 0)$, $\alpha \neq -n$, $\alpha \neq -n + 1/2$, $n \in N$, удовлетворяющее условиям

$$u(x, 0) = \tau(x), \quad x \in [0, 1]; \quad (22)$$

$$a(x) A_{0x}^{1,\lambda_i} [D_{0x}^{1-\beta} u(\theta_0)] + b(x) A_{x1}^{1,\lambda_i} [D_{x1}^{1-\beta} u(\theta_1)] + \\ + c(x) \lim_{y \rightarrow -0} (-y)^\alpha (\partial / \partial y) [u - A_\alpha^-(\tau, \lambda)] = f(x), \quad x \in (0, 1),$$

где $\tau(x)$, $a(x)$, $b(x)$, $c(x)$, $f(x)$ – заданные непрерывные функции, причем $a^2(x) + b^2(x) + c^2(x) \neq 0$, $x \in [0, 1]$; $D_{0x}^{1-\beta}$ и $D_{x1}^{1-\beta}$ – операторы дробного дифференцирования Римана – Лиувилля, а $A_\alpha^-(\tau, \lambda)$ – оператор вида (8) или (10); $\theta_0 = (x/2, -x^2/16)$, $\theta_1 = ((1+x)/2, -(1-x)^2/16)$,

$$A_{kx}^{1,\lambda} [g(x)] = g(x) - \int_k^x g(t) \frac{t-k}{x-k} \frac{\partial}{\partial t} J_0 \left[\lambda \sqrt{(x-k)(x-t)} \right] dt.$$

При $\alpha = -n + \alpha_0$, $n = 0, 1, 2, \dots$, $\alpha_0 \in (1/2, 1)$ доказана следующая

Теорема 7. Если выполняются следующие условия

$$\left. \begin{aligned} x^{-\beta} a(x) + (1-x)^{-\beta} b(x) + 2^{1-4\beta} c(x) &\neq 0, \quad x \in [0, 1]; \\ a(x), b(x), c(x), f(x) &\in C[0, 1]; \\ \tau(x) \in C^{(2n+2)}[0, 1], \tau^{(m)}(0) = 0, \tau^{(m)}(1) = 0, &m = \overline{0, \dots, 2n+1}, \end{aligned} \right\}$$

то задача 1 имеет единственное решение.

Задача 2. Найти в области D решение $u(x, y) \in C(\bar{D}) \cap C^2(D)$ уравнения (1) при $\alpha = -n$, $n = 0, 1, 2, \dots$, удовлетворяющее условиям (22) и

$$a(x) A_{0x}^{1, \lambda_i} \left\{ D_{0x}^{3/2+n} [u(\theta_0) - \mu_0(\theta_0)] \right\} + b(x) A_{x1}^{1, \lambda_i} \left\{ D_{x1}^{3/2+n} [u(\theta_1) - \mu_1(\theta_1)] \right\} + \\ + c(x) \lim_{y \rightarrow -0} (-y)^{-n} (\partial / \partial y) [u - A_{-n}^-(\tau, \lambda)] = f(x), \quad x \in (0, 1),$$

где $\tau(x)$, $a(x)$, $b(x)$, $c(x)$, $f(x)$ - заданные непрерывные функции, причем $a^2(x) + b^2(x) + c^2(x) \neq 0$, $x \in [0, 1]$, $A_{-n}^-(\tau, \lambda)$ - оператор вида (16),

$$\mu_0(x, y) = \frac{4(-4y)^{n+1}}{\pi n! (3/2)_n} \int_0^1 \Psi_{n+1}(\tau, \lambda) [z(1-z)]^{n+1/2} \left\{ \Omega_{n+1/2}(\sigma) - \ln[(1-z)/4] \bar{J}_{n+1/2}(\sigma) \right\} dz,$$

$$\mu_1(x, y) = \frac{2(-4y)^{n+1}}{\pi n! (1/2)_{n+1}} \int_0^1 \Psi_{n+1}(\tau, \lambda) [z(1-z)]^{n+1/2} \left\{ \Omega_{n+1/2}(\sigma) - \ln[z/4] \bar{J}_{n+1/2}(\sigma) \right\} dz.$$

Доказана следующая

Теорема 8. Если выполняются следующие условия

$$a(x)x^{n+1/2} + b(x)(1-x)^{n+1/2} + 2^{4n+3} \Gamma(n+3/2) \Gamma^{-1}(2n+2) c(x) \neq 0, \quad x \in [0, 1]; \\ \left. \begin{aligned} &a(x), b(x), c(x), f(x) \in C^2[0, 1]; \\ &\tau(x) \in C^{(2n+4)}[0, 1], \quad \tau^{(m)}(0) = 0, \quad \tau^{(m)}(1) = 0, \quad m = \overline{0, n+1}, \end{aligned} \right\}$$

то задача 2 имеет единственное решение.

Задача 3. Найти в области D решение $u(x, y) \in C(\bar{D}) \cap C^2(D)$ уравнения (1) при $\alpha = -n + 1/2$, $n = 0, 1, 2, \dots$, удовлетворяющее условиям (22) и

$$a(x) A_{0x}^{1, \lambda_i} \left\{ D_{0x}^{1+n} [u(\theta_0)] \right\} + b(x) A_{x1}^{1, \lambda_i} \left\{ D_{x1}^{1+n} [u(\theta_1)] \right\} + \\ + c(x) \lim_{y \rightarrow -0} (-y)^\alpha (\partial / \partial y) [u - A_{1/2-n}^-(\tau, \lambda)] = f(x), \quad x \in (0, 1),$$

где $\tau(x)$, $a(x)$, $b(x)$, $c(x)$, $f(x)$ - заданные непрерывные функции, причем $a^2(x) + b^2(x) + c^2(x) \neq 0$, $x \in [0, 1]$; а $A_{-n+1/2}^-(\tau, \lambda)$ - определяется формулой (13).

Доказана следующая

Теорема 9. Если выполняются следующие условия

$$(1/4)^{n+1/2} a(x)x^n + (1/4)^{n+1/2} b(x)(1-x)^n - (n!) / 2(2n)! c(x) \neq 0, \quad x \in [0, 1]; \\ \left. \begin{aligned} &a(x), b(x), c(x), f(x) \in C^2[0, 1]; \\ &\tau(x) \in C^{(2n+3)}[0, 1], \quad \tau^{(m)}(0) = 0, \quad \tau^{(m)}(1) = 0, \quad m = \overline{0, n}, \end{aligned} \right\}$$

то задача 3 имеет единственное решение.

Задача 4. Найти в области D решение $u(x, y) \in C^2(D)$ уравнения (1) при $\alpha = 1$, удовлетворяющее условиям $[u(x, y) / \ln \sqrt{-y}] \in C(\bar{D})$,

$$\lim_{y \rightarrow -0} [u(x, y) / \ln \sqrt{-y}] = \tau(x), \quad x \in [0, 1]; \\ a(x) A_{0x}^{1, \lambda_i} \left\{ D_{0x}^{-1/2} [u(\theta_0) - \mu_2(\theta_0)] \right\} + b(x) A_{x1}^{1, \lambda_i} \left\{ D_{x1}^{-1/2} [u(\theta_1) - \mu_3(\theta_1)] \right\} + \\ + c(x) \lim_{y \rightarrow -0} (-y) (\partial / \partial y) [u - A_1^-(\tau, \lambda)] = f(x), \quad x \in (0, 1),$$

где $\tau(x)$, $a(x)$, $b(x)$, $c(x)$, $f(x)$ – заданные непрерывные функции, причем $a^2(x) + b^2(x) + c^2(x) \neq 0$, $x \in [0,1]$, $A_1^-(\tau, \lambda)$ -оператор вида (20),

$$\mu_2(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \tau(\zeta) [z(1-z)]^{-1/2} \left\{ \ln[(1-z)/4] \bar{J}_{-1/2}(\sigma) - \Omega_{-1/2}(\sigma) \right\} dz,$$

$$\mu_3(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \tau(\zeta) [z(1-z)]^{-1/2} \left[\ln(z/4) \bar{J}_{-1/2}(\sigma) - \Omega_{-1/2}(\sigma) \right] dz.$$

Доказана следующая

Теорема 10. Если выполняются следующие условия

$$(1-x)^{1/2} a(x) + x^{1/2} b(x) + \frac{1}{2} \sqrt{\pi} x^{1/2} (1-x)^{1/2} c(x) \neq 0, \quad x \in [0,1];$$

$$\tau(x) = x^{\varepsilon_1} (1-x)^{\varepsilon_2} \tau_1(x), \quad \tau_1(x) \in C[0,1] \cap C^2(0,1),$$

$$\forall \varepsilon_1 > 0, \forall \varepsilon_2 > 0; \quad a(x), b(x), f(x) \in C^2[0,1],$$

то задача 4 имеет единственное решение.

Во втором параграфе второй главы исследована задача Коши-Гурса для уравнения (1) при $\alpha = -n + \alpha_0$, $\alpha_0 \in (1/2, 1)$, $n = 2, 3, \dots$.

Задача Коши-Гурса. Найти в области D решение $u(x, y) \in C(\bar{D})$ уравнения (1) из класса $R_{00}^\lambda [R_{01}^\lambda]$, удовлетворяющее условиям

$$\lim_{y \rightarrow 0} (-y)^\alpha (\partial / \partial y) [u - A_\alpha^-(\tau, \lambda)] = \nu(x), \quad x \in (0,1); \quad (23)$$

$$u(x, y)|_{AC} = \varphi_0(x), x \in [0, 1/2] \quad \left(u(x, y)|_{BC} = \varphi_1(x), x \in [1/2, 1] \right), \quad (24)$$

где оператор $A_\alpha^-(\tau, \lambda)$ имеет вид (8), $\nu(x)$, $\varphi_0(x)$ и $\varphi_1(x)$ – заданные функции, $\tau(x) = u(x, 0)$, а определение класса R_{00}^λ (R_{01}^λ) даётся ниже.

При исследовании задачи Коши-Гурса (и других краевых задач) для уравнения (1) существенную роль играет класс R_{0p}^λ решений уравнения (1). Поэтому сначала введем класс решений R_{0p}^λ , затем упростим представление решения уравнения (1) из класса R_{0p}^λ . При этом воспользуемся утверждением следующей теоремы.

Теорема 11. Если $\alpha = -n + \alpha_0$, $\alpha_0 \in (1/2, 1)$, $n = 2, 3, 4, \dots$, $\tau(x) \in C^{2n}[0,1]$ и $\nu(x) \in C(0,1) \cap L[0,1]$, то функция $u(x, y)$, определяемая формулой (9), является регулярным решением уравнения (1).

Рассмотрим следующий класс R_{0p}^λ решений уравнения (1), причем здесь и далее p принимает значения 0 или 1.

Определение 1. Функция $u(x, y)$, определяемая в области D формулой (9), называется решением уравнения (1) из класса R_{0p}^λ , если функция $\tau(x)$ представима в виде

$$\tau(x) = \text{sign}(x-p) \int_p^x |x-t|^{-2\beta} \bar{I}_{-\beta} [\lambda(x-t)] T(t) dt, \quad (25)$$

где $\nu(x)$ и $T(x)$ - функции из класса $C(0,1) \cap L[0,1]$, $\bar{I}_\gamma(z) = \bar{J}_\gamma(iz)$.

Из (25) легко следует, что $\tau(x) \in C^{2n}[0,1]$, $\tau^{(k)}(p) = 0$, $k = 0, 2n-1$. Поэтому, согласно теореме 11, если $u(x,y) \in R_{0p}^\lambda$, она является регулярным в области D решением уравнения (1).

Подставляя (25) в формулу (9), найдено представление решения уравнения (1) из класса R_{0p}^λ , которое при $p = 0$ принимает следующий вид:

$$u_{00}(x,y) = \int_0^\xi (\eta-t)^{-\beta} (\xi-t)^{-\beta} \bar{I}_{-\beta} \left[\lambda \sqrt{(\eta-t)(\xi-t)} \right] T(t) dt + \\ + \int_\xi^\eta (\eta-t)^{-\beta} (t-\xi)^{-\beta} \bar{J}_{-\beta} \left[\lambda \sqrt{(\eta-t)(t-\xi)} \right] N(t) dt, \quad (26)$$

где $\xi = x - 2\sqrt{-y}$, $\eta = x + 2\sqrt{-y}$, $N(t) = (2 \cos \pi \beta)^{-1} T(t) - 4^{2\beta-1} \gamma_2 \nu(t)$.

Пользуясь формулой (26), доказана

Теорема 12. Если выполнены условия $\varphi_0(s) \in C[0,1] \cap C^{(2n)}(0,1)$, $\varphi_0^{(2n-1)}(s) \in L[0,1]$, $\varphi_0^{(m)}(0) = 0$, $m = 0, 1, \dots, 2n-1$; $\varphi_0^{(2n)}(s) = s^\delta \varphi_0^*(s)$, $\delta > -2n-2\beta$, $\varphi_0^*(s) \in C[0,1]$; $\nu(s) \in C(0,1) \cap L[0,1]$, то функция

$$u_{00}(x,y) = \frac{1}{2 \cos \pi \beta} \int_\xi^\eta (\eta-s)^{-\beta} (s-\xi)^{-\beta} \bar{J}_{-\beta}(\sigma) [\Phi(s) - \gamma_7 \nu(s)] ds + \\ + \int_0^\xi (\eta-s)^{-\beta} (\xi-s)^{-\beta} \bar{J}_{-\beta}(\sigma) \Phi(s) ds$$

обладает следующими свойствами: 1) $u_{00}(x,y) \in C(\bar{D}) \cap C^2(D)$; 2) в области D удовлетворяет уравнению (1) и краевым условиям (23), (24), где $\Phi(s) = \gamma_7 \nu(s) + 2 \cos \pi \beta \Gamma^{-1} (1-\beta) s^\beta A_{0s}^{1,\lambda i} [D_{0s}^{1-\beta} \varphi_0(s)]$, $\gamma_7 = 2 \cdot 4^{2\beta-1} \gamma_2 \cos \pi \beta$.

В §2.3 задача Коши-Гурса исследована при $\alpha \in (-1/2, 0)$.

Третья глава диссертации, названная «**Краевые задачи для параболо – гиперболического уравнения**» и состоящая из трех параграфов, посвящена постановке и исследованию краевых задач для следующего параболо-гиперболического уравнения второго рода

$$0 = \begin{cases} L_1(u) \equiv \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial u}{\partial y} - \lambda^2 u, & (x,y) \in D_1, \\ L_2(u) \equiv \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \alpha \frac{\partial u}{\partial y} - \lambda^2 u, & (x,y) \in D_2 \end{cases} \quad (27)$$

в области $D = D_1 \cup D_2 \cup AB$, где D_1 – область полуплоскости $y > 0$, ограниченная отрезками $AB, BB_0, A_0 B_0, AA_0$ прямых $y = 0, x = 1, y = 1, x = 0$ соответственно, а D_2 – область полуплоскости $y < 0$, ограниченная дугами AC, BC, AB характеристик $x - 2\sqrt{-y} = 0$, $x + 2\sqrt{-y} = 1$, $y = 0$ уравнения (27), $\alpha \in R$, а $\lambda \in R$ или $i\lambda \in R$.

В первом параграфе третьей главы для уравнения (27) при $\alpha \in (-1/2, 0)$ исследована следующая

Задача T_0 . Требуется определить функцию $u(x, y)$, обладающую свойствами: а) $u(x, y) \in C(\bar{D})$; б) является регулярным решением уравнения (27) в области D_1 и решением класса R_{00}^λ в области D_2 при $\alpha \in (-1/2, 0)$; в) на линии вырождения выполняется условие склеивания

$$\lim_{y \rightarrow -0} (-y)^\alpha \frac{\partial}{\partial y} [u - A_\alpha^-(\tau, \lambda)] = \lim_{y \rightarrow +0} \frac{\partial u}{\partial y}, \quad x \in (0, 1); \quad (28)$$

г) удовлетворяет краевым условиям

$$\begin{aligned} u|_{AA_0} &= \varphi_0(y), \quad u|_{BB_0} = \varphi_1(y), \quad 0 \leq y \leq 1; \\ u|_{AC} &= \psi(x), \quad 0 \leq x \leq 1/2, \end{aligned} \quad (29)$$

где $\varphi_0(y), \varphi_1(y), \psi(x)$ - заданные непрерывные функции,

$$\begin{aligned} A_\alpha^-(\tau, \lambda) &= \gamma_8 \int_0^1 \tau(\zeta) [z(1-z)]^\beta \bar{J}_\beta(\sigma) dz + \frac{8\gamma_8 y}{(1+\beta)(1+2\beta)} \times \\ &\times \int_0^1 (\lambda^2 - d^2 / d\zeta^2) \tau(\zeta) [z(1-z)]^{1+\beta} \bar{J}_{1+\beta}(\sigma) dz, \end{aligned}$$

$$\beta = \alpha - 1/2, \gamma_8 = \Gamma(2+2\beta)\Gamma^{-2}(1+\beta), \zeta = x - 2\sqrt{-y}(1-2z), \sigma = 4\lambda\sqrt{-yz(1-z)}.$$

Доказана следующая

Теорема 13. Если λ - действительное число или чисто мнимое число, отличное от $i\pi t$, $t \in Z$, а заданные функции удовлетворяют условиям $\varphi_1(y), \varphi_2(y) \in C[0, 1]$, $\varphi_1(0) = 0$, $\varphi_2(0) = 0$ и $\psi^{(k)}(0) = 0$, $k = 0, 1, 2$, $\psi'''(s/2) = s^\delta \psi_0(s)$, $\delta > -2 - 2\beta$, $\psi_0(s) \in C[0, 1]$, то задача T_0 имеет единственное решение.

В §3.2 задача T_0 изучена при $\alpha \in (-n+1/2, -n+1)$ т.е. при $\alpha = -n + \alpha_0$, $n = 2, 3, \dots$, $\alpha_0 \in (1/2, 1)$ (она названа задачей Т), причем здесь оператор $A_\alpha^-(\tau, \lambda)$ имеет вид (8). Доказана следующая

Теорема 14. Если λ - действительное число или чисто мнимое число, отличное от $i\pi t$, $t \in Z$, а заданные функции удовлетворяют условиям $\varphi_1(y), \varphi_2(y) \in C[0, 1]$, $\varphi_1(0) = 0$, $\varphi_2(0) = 0$, $\psi^{(2n)}(x/2) \in C[0, 1]$, $\psi^{(k)}(0) = 0$, $k = \overline{0, 2n-1}$, то задача Т имеет единственное решение.

В третьем параграфе третьей главы изучена следующая нелокальная краевая задача при $\alpha = -n + \alpha_0$, $n = 2, 3, \dots$, $\alpha_0 \in (1/2, 1)$:

Задача А. Требуется определить функцию $u(x, y)$, обладающую следующими свойствами: а) $u(x, y) \in C(\bar{D})$; б) является регулярным решением уравнения (27) в области D_1 и решением класса R_{00}^λ в области D_2 при $\alpha = -n + \alpha_0$, $\alpha_0 \in (1/2, 1)$, $n = 2, 3, \dots$; в) на линии AB выполняется условие склеивания (28); г) удовлетворяет краевым условиям (29) и

$$u(\theta_0) = \sum_{k=0}^n e_k(x) (d^2 / dx^2 - \lambda^2)^k u(x, 0) + l(x) \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=+0} + f(x), \quad 0 < x < 1,$$

где $\varphi_0(y)$, $\varphi_1(y)$, $l(x)$, $f(x)$, $e_k(x)$, $k = \overline{0, n}$ – заданные функции; $\theta_0 = (x/2, -x^2/16)$, а $A_\alpha^-(\tau, \lambda)$ – оператор вида (8).

Доказана следующая теорема.

Теорема 15. Если λ – действительное число или чисто мнимое число, отличное от $i\pi t$, $t \in \mathbb{Z}$, а заданные функции удовлетворяют условиям $\varphi_1(y)$, $\varphi_2(y) \in C[0, 1]$, $\varphi_1(0) = 0$, $\varphi_2(0) = 0$; $e_k(x)$, $k = \overline{0, n}$, $[e_n(x)]^{-1}$, $l(x)$, $f(x) \in C^2[0, 1]$, $f(0) = 0$, то решение задачи A существует и оно единственно.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа посвящена постановке и исследованию начальных и краевых задач для вырождающихся уравнений гиперболического и смешанного типов второго рода. Основные результаты исследования состоят в следующем:

1. Найдены связи между решениями вырождающихся гиперболических уравнений второго рода с разными коэффициентами.
2. Найдены представления общего решения для одного класса вырождающихся гиперболических уравнений второго рода.
3. Сформулированы видоизмененные задачи Коши для вырождающегося гиперболического уравнения второго рода при различных значениях коэффициента уравнения. Найдены формулы решений поставленных задач и доказана единственность решения.
4. Поставлены задачи со смещением для вырождающегося гиперболического уравнения второго рода при различных значениях коэффициента уравнения и найдены достаточные условия, обеспечивающие однозначную разрешимость поставленных задач.
5. Введен специальный класс R_{0p}^λ решений вырождающегося гиперболического уравнения второго рода, найдены формулы решений из этого класса и изучены их свойства.
6. Сформулирована задача Коши-Гурса для вырождающегося гиперболического уравнения второго рода при различных значениях коэффициента уравнения и доказано существование единственного решения этой задачи в классе R_{0p}^λ .
7. Поставлена задача Трикоми для параболо-гиперболического уравнения второго рода и установлена однозначная разрешимость этой задачи.
8. Сформулирована нелокальная задача для параболо-гиперболического уравнения второго рода, доказаны единственность и существование решения поставленной задачи.

OKBOEV AKMALJON BAXROMJONOVICH

**PROBLEMS FOR THE SECOND KIND DEGENERATED EQUATIONS
OF HYPERBOLIC AND MIXED TYPE**

01.01.02 – Differential equations and mathematical physics

**ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD)
ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES**

Fergana – 2021

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2019.1.PhD/FM304.

Dissertation has been prepared at Fergana State University.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (Uzbek, Russian, English (resume)) on the website (www.fdu.uz) and the “ZiyoNet” information and educational portal (www.ziynet.uz).

Scientific supervisors:

Urinov Akhmadjon Kushakovich

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

Official opponents:

Hasanov Anvarjon

Doctor of physical and mathematical sciences, senior researcher

Apakov Yusupjon Pulatovich

Doctor of physical and mathematical sciences, Docent

Leading organization:

National University of Uzbekistan

Defense will take place « ____ » _____ 2021 at ____ at the meeting of Scientific Council number PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 at Fergana State University. (Address: Murabbiylar str. 19, Fergana, Uzbekistan, 150100, Phone: (+99873)244-44-02, fax: (+99873)244-44-93, e-mail: fardu_info@umail.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at Fergana State University (is registered № ____). (Address: Murabbiylar str. 19, Fergana, Uzbekistan, 150100, Phone: (+99873)244-44-94).

Abstract of dissertation sent out on « ____ » _____ 2021 year.

(Mailing report № ____ on « ____ » _____ 2021 year).

B.T.Samatov

Deputy chairman of Scientific Council on award of scientific degrees, D.Ph.M.S., Professor.

I.U.Khaydarov

Scientific Secretary of Scientific Council on award of scientific degrees, C.Ph.M.S

Sh.T.Karimov

Chairman of Scientific Seminar under Scientific Council on award of scientific degrees, D.Ph.M.S.

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

The aim of the research work is to formulate and investigate problems for the second kind degenerating hyperbolic and parabolic-hyperbolic type equations.

The object of the research work is the second kind degenerated hyperbolic and parabolic-hyperbolic type differential equations.

The scientific novelty of the research consists of the following:

the method of finding the general solution of the second kind degenerated hyperbolic equations have been developed;

a formula has been found for the solution of the modified Cauchy problem for a degenerating hyperbolic equation of the second kind in the characteristic triangle, and the uniqueness of the solution of the problem has been proved;

the unique solvability of the Cauchy-Goursat problem and nonlocal problems with displacement was established for a degenerate hyperbolic equation of the second kind in the characteristic triangle;

the Tricomi problem and a nonlocal problem for a parabolic - hyperbolic equation of the second kind have been formulated, and the uniqueness and existence of solution of these problems has been proved in a mixed domain containing rectangle and characteristic triangle.

Implementation of the results of the research. The results obtained on the study of problems for degenerated equations of hyperbolic and mixed types are implemented in the following research projects:

the unique solvability of the Cauchy-Goursat problem and nonlocal problems with displacement for a degenerate hyperbolic equation of the second kind in the characteristic triangle were used in the formulation and study of the correct problems in a foreign grant № HIOKTP AAAA-A19-119013190078-8, on the topic "Boundary value problems for equations of basic and mixed types, their application to control problems and modeling of dynamic systems "(Reference No. 01-16 / 49-1 dated 07.12.2020 of the Institute of Applied Mathematics and Automation of the Kabardino-Balkarian Scientific Center of the Russian Academy of Sciences). As a result, solutions of some boundary value problems with displacement for the second kind mixed type equations have been constructed and they have been applied to control problems;

the method for finding a general solution to a degenerate hyperbolic equation of the second kind were used in the study of boundary value problems for differential equations obtained in foreign projects "Generalization of various models for combustion and explosion problems and recommendations" (2017) and "Problems of phase transitions and critical phenomena. Mathematical aspects of their equations, fast transitions and asymptotics "(2019) (Reference No. 526 dated 11/16/2020 of the Institute of Fundamental and Applied Research at Osh State University). As a result, solutions of differential equations corresponding to the processes of combustion, explosions, phase transitions, critical phenomena have been constructed and they have been applied to applied problems.

Эълон қилинган ишлар рўйхати

Список опубликованных работ

List of published works

I бўлим (I часть; part I)

1. Urinov A.K., Okboev A.B. A problem with modified initial conditions for a degenerate hyperbolic equation of the second kind with a spectral parameter // Uzbek Mathematical Journal. –Tashkent. 2018. №2. –Pp. 150–159. (01.00.00; №6)
2. Окбоев А.Б. Об одной начальной задаче для вырождающегося уравнения гиперболического типа второго рода // Вестник Национального университета Узбекистана. –Ташкент. 2018. №2/1. –С. 45–56. (01.00.00; №8)
3. Уринов А.К., Окбоев А.Б. Краевая задача типа А.М.Нахушева для одного вырождающегося гиперболического уравнения второго рода // Бюллетень Института математики. –Ташкент. 2018. №4. –С. 36–45. (01.00.00; №17)
4. Окбоев А.Б. Задачи со смещением для одного вырождающегося уравнения второго рода // Бюллетень Института математики. –Ташкент. 2019. №4. –С.46–56. (01.00.00; №17)
5. Okboev A.B. A Cauchy-Goursat problem for the second kind degenerated hyperbolic equation with a spectral parameter // Uzbek Mathematical Journal. –Tashkent. 2019. №3. –Pp. 112-125. (01.00.00; №6)
6. Уринов А.К., Окбоев А.Б. Видоизмененная задача Коши для одного вырождающегося гиперболического уравнения второго рода // Украинский математический журнал. –Киев. 2020. Т. 72, № 1. –С. 100 – 118. (имеется перевод: Urinov A.K., Okboev A.B. Modified Cauchy problem for one degenerated hyperbolic equation of the second kind // Ukrainian Mathematical Journal, Springer, Vol.72, no.1, June. 2020. –Pp.114 – 135) (50. Journal IF: 0.427)
7. Okboev A.B. Tricomi Problem for Second Kind Parabolic Hyperbolic Type Equation // Lobachevskii Journal of Mathematics Vol.41, no.1, Jan. 2020. – Pp. 58–70 (3. Journal IF: 0.368)
8. Окбоев А.Б. Задача Трикоми для уравнения параболо-гиперболического типа // Бюллетень Института математики. –Ташкент. 2020. №1. –С. 95 – 103 (01.01.01; №17)
9. Окбоев А.Б. О единственности решения видоизмененной задачи Коши для вырождающегося гиперболического уравнения второго рода // Научный вестник НамГУ. –Наманган. 2020. №7. –С. 18-24. (01.00.00; №14)
10. Окбоев А.Б. Задача Коши – Гурса для вырождающегося гиперболического уравнения второго рода // Бюллетень Института математики. –Ташкент. 2020. №4. –С. 105–112. (01.00.00; №17)

11. Urinov A.K., Okboev A.B. Nonlocal Boundary-Value Problem for a Parabolic-Hyperbolic Equation of the Second Kind // Lobachevskii Journal of Mathematics Vol.41, no.9, 2020. –Pp. 1886–1897 (3. Journal IF: 0.368)

II бўлим (II часть; part II)

12. Уринов А.К., Окбоев А.Б. Видоизмененная задача Коши для одного вырождающегося гиперболического уравнения второго рода // Научный вестник. ФерГУ. – Фергана. 2017. №5. –С. 5 – 12.
13. Окбоев А.Б. Об одной начальной задаче для вырождающегося уравнения гиперболического типа второго рода // Тезисы докладов традиционной Международной апрельской научной конференции «Дню работников науки Республики Казахстан». 10 апреля 2018 г. – Алматы. 2018. –С.62 – 63.
14. Уринов А.К., Окбоев А.Б. Видоизмененная задача Коши для одного вырождающегося гиперболического уравнения второго рода со спектральным параметром // Тезисы докладов Республиканской научной конференции «Новые результаты математики и их приложения». 14 – 15 мая 2018 г. – Самарканд. 2018. – С. 103 – 105.
15. Уринов А.К., Окбоев А.Б. Задача с видоизмененными начальными условиями для вырождающегося гиперболического уравнения второго рода со спектральным параметром // Материалы IV Международной научной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики». 22 – 26 мая 2018 г. – Нальчик – Эльбрус. 2018. – С. 254.
16. Уринов А.К., Окбоев А.Б. Видоизмененная задача Коши для одного вырождающегося гиперболического уравнения второго рода // Материалы Международной научной конференции «Дифференциальные уравнения и смежные проблемы». 25–29 июня 2018 г. – Стерлитамак. 2018. –С. 134–137.
17. Уринов А.К., Окбоев А.Б. Представление видоизмененной задачи Коши из класса R_{20}^{λ} для одного вырождающегося уравнения гиперболического типа // International scientific conference: Mathematical analysis and its Application to Mathematical Physics. September 17-20 2018 y. –Samarkand. 2018. –P. 56.
18. Окбоев А.Б. Видоизмененная задача Коши-Гурса для одного вырождающегося гиперболического уравнения второго рода // Тезисы Международной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий - Аль-Хорезми 2018». 13–15 сентября 2018 г. –Ташкент. 2018. –С. 180.
19. Уринов А.К., Окбоев А.Б. Краевая задача типа А.М.Нахушева для одного вырождающегося гиперболического уравнения второго рода // Материалы V Международной научной конференции «Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики». 4–7 декабря 2018 г. –Нальчик. 2018. –С. 198.

20. Уринов А.К., Окбоев А.Б. Краевая задача со смещением для одного вырождающегося гиперболического уравнения второго рода // Материалы Международной научной конференции «XIX международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (Еругинские чтения – 2019)». 14–17 мая 2019 г. Часть 2. – Минск. 2019. – С.39 – 40.
21. Уринов А.К., Окбоев А.Б. Нелокальная краевая задача для уравнения параболо – гиперболического типа второго рода // Тезисы докладов Международной конференции «Обратные и некорректные задачи». 2 – 4 октября 2019 г. – Самарканд. 2019. – С. 125 – 126.
22. Окбоев А.Б. О некоторых тождествах // “Тахлилнинг долзарб муаммолари ва татбиқлари” номли илмий конференция материаллари. 4-5 октябрь 2019 й. – Қарши. 2019. –С. 174 – 175.
23. Окбоев А.Б. Задачи со смещением для одного вырождающегося гиперболического уравнения второго рода // Тезисы докладов Международная научная конференция «Управление, оптимизация и динамические системы-CODS-2019». 17-19 октября 2019г. – Андижан. 2019. – С. 99 – 100.
24. Окбоев А.Б. Задача Трикоми для уравнения параболо-гиперболического типа второго рода // Тезисы докладов Узбекско-Российской научной конференции «Неклассическая уравнения математической физики и их приложения». 24-26 октября 2019 г. – Ташкент. 2019. –С. 123 – 125.
25. Urinov A.K., Okboev A.B. Nonlocal boundary value problem for a parabolic - hyperbolic equation of the second kind // Тезисы докладов Международной научной конференции «Современные проблемы дифференциальных уравнений и смежных разделов математики». 12 – 13 марта 2020 г. – Фергана. 2020. – С.219 – 223.

Автореферат Фарғона давлат университети «FarDU. Ilmiy xabarlar – Научный вестник. ФерГУ» илмий – методик журнал таҳририятида таҳрирдан ўтказилди.